

1920.

No. 2.

45

MARL LIBRA  
SEP 9 1920  
UNIV. OF MICH.

# ANNALEN DER PHYSIK.

BERGÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. U. E. WIEDEMANN, P. DRUDE.

## VIERTE FOLGE.

Band 61. Heft 2.

DER GANZEN REIHE 366. BANDES 2. HEFT.

KURATORIUM:

M. PLANCK, G. QUINCKE  
W. C. RÖNTGEN, W. VOIGT, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG  
DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.



LEIPZIG.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.  
DÖRRIENSTRASSE 16.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen und von  
der Verlagsbuchhandlung angenommen. Im Jahre 1920 erscheinen Bd. 61, 62  
und 63 à 8 Hefte. Bd. 61 kostet M 45.—

Nach dem Ausland in der Währung des betr. Landes.

Ausgegeben am 18. Januar 1920.

## Inhalt.

	Seite
1. Fritz Banneitz, Gerhard Rhein und Benno Kurze. Untersuchungen über die Grundlagen zum Bau von Transport- gefäßen für verflüssigte Gase . . . . .	113
2. G. Falckenberg. Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante der Wassers, Äthylalkohols, Methylalkohols und Acetons vom Druck . . . . .	145
3. G. Falckenberg. Eine Differentialschaltung zur Messung von Kapazitäten und Selbstinduktionen mit einer Empfindlich- keit von $2 \cdot 10^{-8}$ . . . . .	167
4. George Jaffé. Über zweidimensionale Flüssigkeitsströmung zwischen parallelen ebenen Wänden . . . . .	173
5. Marie Anna Schirmann. Versuch einer einheitlichen Er- klärung der Erscheinungen der atmosphärischen Polarisation .	195
6. Karl Heil. Läßt sich ein Einfluß der Kristallstruktur auf $\alpha$ -Strahlen nachweisen? . . . . .	201

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: Würzburg, Pleicherring 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte druckfertig einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 Sonderabdrücke jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die Zeichnungen sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzusezeichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschriften der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahressahl aufzuführen.

en  
en  
en  
in  
zu  
eit  
les  
uen  
en-  
nd-  
rist  
tet.  
den  
nu-  
den  
nau  
ptes  
tten  
ens,



# ANNALEN DER PHYSIK.

## VIERTE FOLGE. BAND 61.

- 1. Untersuchungen über die Grundlagen zum Bau von Transportgefäßen für verflüssigte Gase;**  
**von Fritz Banneitz, Gerhard Rhein und Benno Kurze.**

(Aus dem Physikalischen Institut der Universität Leipzig.)

**Inhaltsübersicht:** 1. Allgemeines. — 2. Die Wärmeisolation. — 3. Doppelwandige Gläsergefäße. — 4. Gefäße aus Zelloid. — 5. Gefäße der Firma Ahrendt. — 6. Vorversuche mit Metallgefäßen. — 7. Doppelwandige Metallgefäße. — 8. Weitere Versuche mit Metallvakuumgefäßen, insbesondere Schutz gegen Wärmestrahlung. — 9. Über die Entgasung von Eisenblechen.

Die vorliegenden Untersuchungen entstanden im Anschluß an Versuche von Prof. Lilienfeld, der schon vor mehreren Jahren ein Metallvakuumgefäß hat bauen lassen. Als mit Beginn des Krieges die Luftfahrt erhöhte Bedeutung erhielt, veranlaßte Prof. Wiener die Fortsetzung der Lilienfeldschen Bemühungen zur Gewinnung eines möglichst vollkommenen Metallvakuumgefäßes, die unter seiner und Prof. Lilienfelds ratender Beihilfe erfolgten. Auch mag nicht unerwähnt bleiben, daß Graf v. Zeppelin, als er von den Versuchen hörte, ihre Bedeutung für gewisse Aufgaben der Luftfahrt erkannte und den lebhaftesten Anteil an dem Fortgang der Arbeiten nahm.

Da der Bau großer Metallvakuumgefäße außerhalb der Leistungsfähigkeit eines Universitätslaboratoriums liegt und unsere Arbeiten zudem erheblich unter den Schwierigkeiten der Materialbeschaffung litten, so mußten wir uns darauf beschränken, die Grundsätze aufzustellen, nach denen stationäre und transportable Gefäße für verflüssigte Gase zu konstruieren sind, wenn man den Abdampfverlust nach Möglichkeit herabzusetzen wünscht.

### 1. Allgemeines.

Als unsere Arbeit begann, benutzte man fast ausschließlich zur Aufbewahrung und zum Transport verflüssigter Gase

die von der Firma Burger in Berlin hergestellten doppelwandigen und versilberten Glasgefäße. Sie können maximal nur für 5 Liter hergestellt werden und haben außerdem den Nachteil, daß ihre Lebensdauer sehr begrenzt ist. Sie beträgt bei starker Benutzung infolge der bei oft wiederholter Temperaturänderung ausgelösten Glasspannungen durchschnittlich nur einige Monate.

Je größer ein solches Gefäß ist, desto geringer ist im Verhältnis zu seinem Inhalt der Verlust durch Verdampfung, da die Wärmezufuhr hauptsächlich der Oberfläche des Gefäßes proportional ist. Daher ist es zweckmäßig, ein großes Gefäß statt mehrerer kleiner zu benutzen. In erster Annäherung wird man den absoluten Abdampfverlust der  $\frac{2}{3}$  Potenz des Volumens proportional setzen dürfen, den prozentischen Abdampfverlust umgekehrt proportional der dritten Wurzel aus dem Volumen.

Der Gewichtsverlust der Flüssigkeitsmenge oder die Abdampfmenge eines Gefäßes gibt das beste Kriterium für seine Güte. Die Abdampfmenge für 24 Stunden soll mit  $A$  bezeichnet werden und es ist dann mit Rücksicht auf den Voluminhalt  $I$  eines Gefäßes die prozentuale Abdampfmenge

$$A_p = \frac{A \cdot 100}{I} .$$

Zunächst sollen kurz die Mittel und Wege betrachtet werden, durch die ein Gefäß gegen Wärmezufuhr isoliert werden kann.

#### **2. Die Wärmeisolation.**

Die Abdampfmenge eines Gefäßes für flüssige Gase wird hervorgerufen: a) durch die Wärmeleitung des Materials, aus dem das Gefäß hergestellt bzw. mit dem es umgeben ist, in Richtung senkrecht zu den Gefäßwänden, b) durch die durch Wandungen und Halsöffnung eindringenden Wärmestrahlen, c) durch die Wärmeleitung der Halswandung und d) durch den Wärmeaustausch, der durch die Halsöffnung erfolgt.

a) Wegen der sehr geringen Wärmekapazität und Verdampfungswärme flüssiger Gase ist es notwendig, ein möglichst gutes Isolationsmittel zu benutzen.

Eines der besten Wärmeisolationsmittel ist die Luft. Doch stört hier die Wärmekonvektion infolge der Umlaufbewegung

der Luft, die nur in sehr engen Gefäßen vermieden wird. Die Hintanhaltung solchen Umlaufs ist der Zweck von porösen Stoffen, wie Federn, Jute, Kork, Gummi und Kieselgur. Aber ein Teil der günstigen Wirkung dieser Stoffe wird wieder aufgehoben durch ihre eigene, gegenüber der Luft größere Wärmeleitung.

Ein öfters in der Patentliteratur ausgesprochener Gedanke, die kalten Gase der verdampfenden Flüssigkeit zur Isolation und stufenweisen Kühlung des Gefäßes zu benutzen, hat zu dem folgenden Versuch geführt:

Es wurde ein 2 Liter fassendes Gefäß aus Pappe (Fig. 1) hergestellt. Dasselbe war mit einem Abstand von 1 cm von einem zweiten umgeben, und dieses wiederum von einem dritten. Wird das innere Gefäß mit flüssiger Luft gefüllt, so durchstreichen die hier entstehenden kalten Gase die Zwischenräume, wie in der Figur durch Pfeile erkenntlich, und sollen dadurch die Stärke der Verdampfung verringern. Außerdem waren die innere Wandung des äußeren und die äußere Wandung des mittleren Gefäßes mit Stanniol beklebt, um die Strahlung abzuhalten.

Das Resultat mit diesem geschachtelten Pappgefäß war wider Erwarten schlecht. Es verlor in einer Stunde 0,4 kg flüssige Luft, das macht in 24 Stunden 9,6 kg.

Die oben erwähnte Zirkulation verschwindet durch mögliche Luftleere, die zugleich die Wärmeleitung der Luft herabsetzt (Weinhold, Dewar). Das günstigste ist also das extreme Vakuum. Dieses Prinzip ist bei den an einer Luftpumpe evakuierten doppelwandigen Glasgefäßen der Firma Burger angewandt.

Es ist auch versucht worden, ein gutes Vakuum dadurch herzustellen, daß man die Luftfüllung des Zwischenraumes eines doppelwandigen Gefäßes mechanisch durch ein Gas verdrängt, das bei der Temperatur der flüssigen Luft kondensiert wird. Es entsteht dadurch von selbst ein Vakuum, falls diese Gasfüllung keinerlei Beimengung von anderen Gasen enthält, die bei der vorherrschenden Temperatur sich noch nicht verflüssigen.

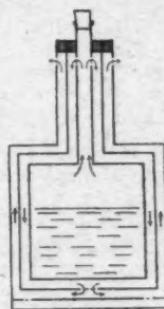


Fig. 1.

Ferner hat man nach Deward Holzkohle zwischen den Wandungen so angebracht, daß diese durch den kalten Inhalt abgekühlt wird und die noch vorhandenen Gase absorbiert (Ahrendt-Gefäße).

Diese beiden Methoden haben den Nachteil, daß es dabei sehr schwierig ist, die letzten Gasreste zu entfernen.

b) Eine starke Wärmezufuhr tritt durch Strahlung ein, wenn man Gefäße benutzt, die Licht- oder Wärmestrahlen durchlassen. Bei Glasgefäßen schützt man sich hiergegen bekanntlich durch Versilberung der Glaswände.

c) Doppelwandige Vakuumgefäße haben eine direkte Verbindung der äußeren Wandung mit der inneren im allgemeinen an der Einfüllstelle. Hier kommt die direkte Leitfähigkeit des Materials zur Geltung, die bei Verwendung von Metallen sehr von Bedeutung sein kann. Es ist daher zweckmäßig, daß man zur Herstellung des Halses ein Material von möglichst geringer Wärmeleitfähigkeit wählt, und dem Hals einen tunlich geringen Durchschnitt verleiht.

d) Zuletzt kommt noch die Wärmezufuhr durch die Halsöffnung in Frage, die wohl hauptsächlich durch die Zirkulation der in dieser vorhandenen Gase und durch die dort eindringenden Wärmestrahlen hervorgerufen wird.

Die Summe dieser Verluste gibt die Gesamtverluste eines Gefäßes an, die sich einfach durch Wägung ermitteln lassen. Schwieriger ist es hingegen, diese Verluste zu trennen oder einzeln festzustellen.

Durch die im folgenden beschriebenen Versuche sollen die Einzelverluste nach Möglichkeit ermittelt werden. Auch werden Versuche beschrieben, bei denen verschiedene Materialien und Herstellungsarten ausgeprobt wurden.

### **3. Die doppelwandigen Glasgefäße.**

a) *Verluste in diesen Gefäßen.* Zur Aufbewahrung und zum Transport verflüssigter Gase werden von der Firma Burger Gefäße in zwei Größen hergestellt, die 2 bzw. 5 Liter fassen. Zur Ermittelung der Gesamtverluste solcher Gefäße wurden sie mit flüssiger Luft gefüllt, und die Gewichtsabnahme des Inhalts während einer bestimmten Zeit festgestellt.

Da flüssiger Sauerstoff etwas langsamer verdampft als flüssiger Stickstoff, so wird der zurückbleibende Rest einer

gegebenen Menge flüssiger Luft allmählich immer sauerstoffreicher und verdampft dementsprechend langsamer. Dieser Unterschied ist jedoch gering und kommt bei diesen Versuchen nicht in Frage.

Ferner kann es von Bedeutung sein, ob ein solches Gefäß ganz oder teilweise mit flüssiger Luft gefüllt ist, denn die die flüssige Luft berührenden Oberflächen der Wandungen nehmen nicht proportional der Menge der Flüssigkeit ab. Nehmen wir ein kugelförmiges Gefäß an, so wird die Oberfläche der den jeweiligen Inhalt berührenden Wandungen prozentual größer, je weniger Flüssigkeit im Gefäß vorhanden ist. Hieraus könnte man schließen, daß die Flüssigkeit um so schneller verdampfen würde, je weniger im Gefäß ist. Die hier untersuchten Gefäße der Firma Burger sind nun aber so gut ausgepumpt, daß dies kaum in Betracht kommt, denn die Leitfähigkeit der Glaswandung ist hierbei größer als die Leitfähigkeit des Vakuums. Infolgedessen spielt bei gutem Vakuum die ganze Oberfläche stets dieselbe Rolle, einerlei bis zu welchem Grade das Gefäß gefüllt ist.

Dies wurde experimentell dadurch gefunden, daß das Gewicht eines mit flüssiger Luft gefüllten 5 Liter-Gefäßes in bestimmten Zeitintervallen festgestellt wurde. Aus den Differenzen ergibt sich dann der jeweilige Verlust an flüssiger Luft. Dieses Gefäß war, in Watte verpackt, in einem Holzkasten untergebracht und mit einem Wattepropfen verschlossen.

Trägt man die so gefundenen Gewichte als Funktion der Zeit auf, so erhält man eine fast gerade Linie (Fig. 2, Kurve I).

Es verdampfte die ganze Flüssigkeit von 4,81 kg flüssiger Luft in 18 Tagen. Das ergibt im Mittel 370 g Verlust in 24 Stunden oder prozentual zum Inhalt 7,7%/<sup>o</sup> 24 Std. Am ersten Tage verdampften 380 g/24 Std., während der Verlust am letzten Tage 350 g/24 Std. betrug.

Zum Vergleich wurden noch verschiedene andere 5 Liter-Gefäße untersucht, die hierbei zwar nur bis zur Hälfte gefüllt wurden. Dieselben verloren im verpacktem Zustand 370, 361 (0,025 kg/Tag auf 1 dm<sup>2</sup> Gefäßoberfläche), 394 und 380 g in 24 Stunden.

Sodann wurde der gleiche Versuch mit einem 2 Liter-Gefäß vorgenommen. Dieses war mit einer 2 cm dicken Filzschicht umgeben und in ein Drahtgestell eingebaut. Auch

hierbei ergab sich eine gerade Linie (Fig. 2, Kurve II). Dieses Gefäß verlor seinen Inhalt von 1,88 kg flüssiger Luft in 7 Tagen und 20 Stunden. Das ergibt im Mittel einen Verlust von 240 g in 24 Stunden oder prozentual zum Inhalt 12,7%/<sup>o</sup>/24 Std.

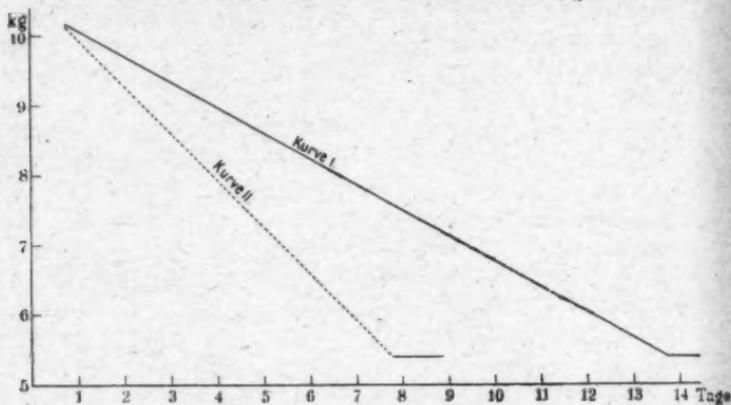


Fig. 2.

Ebenso wurden noch verschiedene andere 2 Liter-Gefäße im verpackten Zustand untersucht. Dieselben verloren 240, 250 und 224 g/24 Std.

b) *Einfluß der Verpackung und des Verschlusses.* Es erschien nun auch wünschenwert, festzustellen, wie groß der Einfluß der Verpackung auf die Verluste des Gefäßes ist. Zu diesem Zweck wurden die Gefäße einmal mit und einmal ohne Verpackung ausgewogen. Es ergab sich, daß die Verluste eines 5 Liter-Gefäßes bei Watteverpackung um 2,6% niedriger waren. Durch Entfernen des als Verschluß dienenden Wattepfropfens wurden die Verluste um noch weitere 5% vergrößert; also vermindert die Gesamtverpackung den Verlust um rund 8%.

c) *Wärmeleitung durch die Halswandung.* Die Wärmezufuhr durch die Glaswandung des Halses läßt sich verhältnismäßig einfach ermitteln, wenigstens angenähert. Es wurde zu diesem Zweck ein 2 Liter-Gefäß, dessen Abdampfmenge unter normalen Verhältnissen bekannt war, mit flüssiger Luft etwa dreiviertel voll gefüllt. Dann wurde ein Glassstab von bekanntem Querschnitt und  $\frac{1}{2}$  m Länge in das Gefäß hinein-

getaucht, so daß das untere Ende des Stabes etwa 5 cm in flüssiger Luft stand, während das andere Ende aus dem Gefäß herausragte. Mittels Wattepropfens wurde der freibleibende Teil der Halsöffnung verstopft. Das obere Ende des Glasstabes war hierbei auf Zimmertemperatur, das untere auf der Temperatur der flüssigen Luft. Zwischen beiden Enden bestand demnach ein Temperaturgefälle von  $210^{\circ}$ . Durch Wägung wurde jetzt wieder festgestellt, wieviel das Gefäß mit dem Glasstab verlor. Dieser Verlust, vermindert um den Verlust des Gefäßes unter normalen Verhältnissen, ergibt den Verlust, der durch die Leitung des Glasstabes herbeigeführt wird. Auf dieses Weise wurde der Versuch nun mit Glasstäben von verschiedener Dicke ausgeführt und es ergab sich hierbei im Mittel ein Verlust von 30 g/24 Std. pro Quadratzentimeter Glasquerschnitt.

Der Glashals eines 5-Liter-Gefäßes hat bei einer lichten Weite von 4 cm einer Dicke des Glases von 1,3 mm den Querschnitt von 169 qmm. Man kann also hieraus schließen, daß bei einem 5-Liter-Glasgefäß der Verlust durch die Leitfähigkeit der Halswandung 51 g/24 Std.<sup>1)</sup> beträgt.

Bei einem 2-Liter-Gefäß, das einen Querschnitt des Halses von 128 qmm hat, wenn man die lichte Weite zu 3 cm und die Wandstärke zu 1,3 mm einsetzt, berechnet sich der Verlust zu 38 g/24 Std.<sup>1)</sup>

d) *Verlust durch Strahlung.* Die Wärmezufuhr durch Strahlung ist bedeutend schwieriger zu bestimmen, denn sie hängt sowohl von der Absorption wie von der Durchlässigkeit der Versilberung ab. Wir können einen Vergleich ziehen zwischen einem versilberten und einem unversilberten Gefäß und ermitteln dadurch, wieviel Wärmezufuhr durch die Versilberung abgehalten wird. Man findet aber hierdurch immer noch nicht, wieviel Wärmestrahlen noch durch die versilberten Wände hindurchtreten.

Einen oberflächlichen Vergleich erhalten wir, wenn wir ein normales doppelwandiges und versilbertes mit einem unversilberten vergleichen, unter der Annahme, daß in beiden Gefäßen das Vakuum das gleiche ist.

Es stand auch ein dreiwandiges, nicht versilbertes Gefäß von etwa 2 Litern Inhalt zur Verfügung, das 2,68 kg/24 Std.

1) Ohn. Berücksichtigung der Versilberung des Glases.

und ein gleichgroßes doppelwandiges, welches 9,0 kg/24 Std. (nicht verpackt) verlor, während ein versilbertes Gefäß etwa 250 g/24 Std. verliert.

Man ersieht hieraus, daß der Einfluß der Strahlung ganz bedeutend ist.

Eine Überschlagsrechnung aus den oben angegebenen Daten kann uns schon einen Anhalt geben. Ein evakuiertes, aber nicht versilbertes 2-Liter-Gefäß verliert allein durch Strahlung etwa 2,5 kg/24 Std. Durch die Versilberung machen wir nun das Gefäß für Strahlen undurchdringlich mit Ausnahme der Halsöffnung. Diese beträgt etwa 0,7% der Kugeloberfläche. Die durch den Hals eindringenden Strahlen würden demnach nur 17,5 g/24 Std. der Flüssigkeit verdampfen. Nach dem Versuch mit dem doppelwandigen unversilberten 2-Liter-Gefäß würde sich der Einfluß der Halsstrahlung zu 20 g/24 St. ergeben.

e) *Abhängigkeit vom Vakuum.* Wie schon erwähnt, spielt die Güte des Vakuums eine große Rolle. Um nun den Verlauf der Verluste für verschiedene Vakua festzustellen, und um zu erfahren, wie weit man durch Verbesserung des Vakuums kommen kann, wurde ein versilbertes 2-Liter-Gefäß bei verschiedenen Drucken untersucht. Unter Zwischenschaltung einer mit flüssiger Luft gekühlten Vorlage wurde es an eine Gädé-Quecksilberpumpe, die in Verbindung mit einem Mac-Leod-Manometer stand, angeschlossen.

Für die Werte bis zu 1 Hunderttausendstel Millimeter zeigt das Mac-Leod noch die Drucke an; unterhalb dieses Druckes sind wir jedoch auf Schätzungen angewiesen.

Wir wollen daher hier noch folgende Vakua unterscheiden:

1. Das Vakuum, das man mit der Pumpe erreicht, ohne daß das auszupumpende Gefäß erwärmt wird (Vakuum I); 2. das Vakuum, das wir mit den zu Gebote stehenden Hilfsmitteln als äußerstes erreichen können (Vakuum II). Dies äußerste Vakuum wurde durch Zuhilfenahme der absorbierenden Wirkung gekühlter Kokosnusskohle hergestellt. Direkt an das auszupumpende Gefäß wurde hierbei ein zylinderförmiges Gefäß angeschmolzen, in dem sich die Kokosnusskohle befand. Diese beiden Gefäße wurden während des Evakuierens auf 400 bis 450° erhitzt. War nach mehrstündigem Pumpen ein konstanter Druck erreicht, so wurden diese beiden Gefäße von

der Pumpe abgeschmolzen, und dann nach Abkühlung des Kohlegefäßes, letzteres in flüssige Luft getaucht. Um die Absorption durch die Kokosnusshölzle gut auszunutzen, wurde das auszupumpende Gefäß noch weiter erhitzt, während das Kohlegefäß sich in flüssiger Luft befand. Nachdem dies einige Stunden geschehen war, wurde durch Abschmelzen das Versuchsgefäß von dem Kohlegefäß getrennt.

Für die Herstellung eines guten Vakuums ist es von großer Bedeutung, daß das zu evakuierende Gefäß lange Zeit gleichmäßig erhitzt wird, damit die an den Wandungen haftenden Gase entfernt werden. Aus Gründen, die namentlich bei den später beschriebenen Versuchen in Frage kommen, wurde die Erhitzung des auszupumpenden Gefäßes mittels Wirbelströme herbeigeführt. Zu diesem Zweck wurde das Gefäß von einem 2 mm starken Eisenblech umgeben, das ringförmig zusammengeietet, in einzelnen Teilen um das Gefäß herumgebaut werden konnte. Der Zwischenraum zwischen Glasgefäß und diesem Eisenmantel wurde mit aufgelockertem Asbest ausgefüllt, um ein Berühren von Glas mit Eisen zu vermeiden und um Luftströmungen in diesem Zwischenraum auszuschließen. Der Eisenmantel wurde nun außerdem noch außen mit Asbest eingehüllt und von einer aus 5 mm starken Kupferdraht bestehenden Spirale umgeben. Durch diese Wickelung wurde ein Wechselstrom von 600 Perioden in der Sekunde geschickt. In Fig. 3 ist diese Anordnung wiedergegeben. Der dort eingezeichnete Quecksilberverschluß, der als Sicherheitsventil bei den Abdampfproben diente, wurde während des Heizens entfernt. Mittels eines Stickstoffthermometers wurde die Temperatur im Inneren des auszupumpenden Gefäßes, die bis auf  $450^{\circ}$  gesteigert werden konnte, gemessen, und ein Platin-Platin-Rhodium-Thermoelement, das an dem Eisenmantel anlag, ließ dessen Temperatur erkennen. Bei Herstellung der besten Vakua mußte das

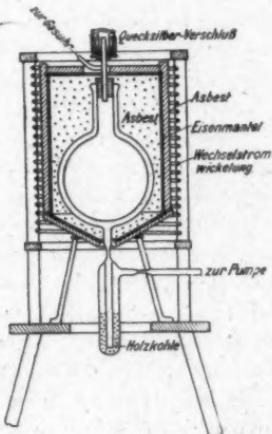


Fig. 3.

Gefäß stundenlang erhitzt werden. Hierbei war ein Energieverbrauch an Wechselstrom von 3400 Watt erforderlich. Das für die Herstellung des Vakuums II benutzte Gefäß mit Kokosnusskohle wurde mit einem Thermostaten und Bunsenbrenner auch bis auf etwa 450° erhitzt.

Bei diesen Versuchen, abgesehen von dem mit extremem Vakuum, wurde das Gefäß nicht abgeschmolzen. Es war daher nicht möglich, den Gewichtsverlust durch Wägung festzustellen. Um trotzdem ein Maß für die Abdampfmenge zu erhalten, wurden die entwickelten Gase durch eine geeichte Gasuhr geleitet. Die Eichung dieser Gasuhr wurde den Messungen entsprechend mit flüssiger Luft ausgeführt, so daß die mit derselben gemessene Luftmenge durch Gewichtsverlust an flüssiger Luft ausgedrückt werden konnte.

Bei Ausführung des Versuches zur Bestimmung der Abhängigkeit vom Vakuum wurde mit der Gädelpumpe das Gefäß nebst anschließendem Röhrensystem bis zum gewünschten Druck ausgespumpt und mittels Mac-Leod der Druck gemessen. Dann wurde das Gefäß zur Hälfte mit flüssiger Luft gefüllt, und die Öffnung mit dem in Fig. 3 eingezeichneten Quecksilberverschluß abgesperrt, so daß die entweichenden Gase durch die Gasuhr strömen mußten. Während des Versuches wurde wiederholt eine Druckbestimmung vorgenommen und der nach der Abkühlung vorherrschende Druck im Mittelwert in Rechnung gesetzt.

Da es sehr schwierig war, das Gefäß bei jedem Versuch bis zur gleichen Höhe mit flüssiger Luft wieder zu füllen, so wurde die Füllung jedesmal nur ungefähr bis zur Hälfte ausgeführt. Die Gesamtmenge der eingefüllten Luft ergab sich dann aus dem Stande der Gasuhr, nachdem alles verdampft war (Endstellung), vermindert um den Stand der Gasuhr zu Beginn des Versuches. Außerdem wurden in bestimmten Zeitintervallen durch Ablesen des Standes der Gasuhr Zwischenwerte ermittelt.

Wie schon oben bemerkt, verläuft die Gewichtsabnahme eines gut ausgespumpten Gefäßes geradlinig. Ist der Druck jedoch über einem gewissen Wert, etwa über  $\frac{1}{1000}$  mm, so können wir die Gewichtsabnahme nicht mehr als geradlinig annehmen, denn es spielt dann die Wärmeleitung durch die umgebende Luft schon eine größere Rolle gegenüber der Leitfähigkeit des Glases.

Wir haben hier also eine Abhängigkeit von der Oberfläche der die Flüssigkeit berührenden Wandung. Um nun ein gleiches Maß für die verschiedenen Kurven zu haben und um die Gewichtsabnahme für die verschiedenen Vakua miteinander vergleichen zu können, wurden alle Beobachtungen auf eine bestimmte Füllung des Gefäßes reduziert, und zwar auf einen Inhalt von 300 g flüssiger Luft.

Konstruieren wir für jeden Druck eine Kurve, die den jeweiligen Inhalt des Gefäßes als Funktion der Zeit wieder-

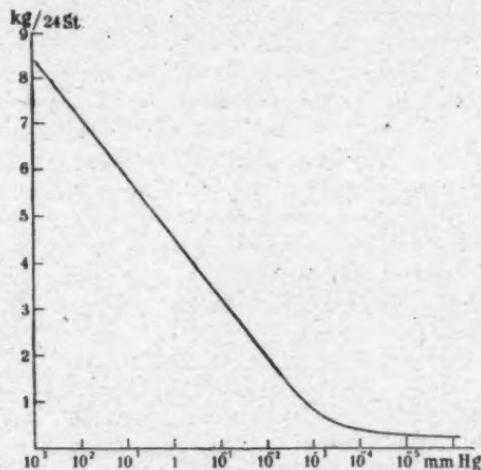


Fig. 4.

gibt, so können wir aus der Neigung dieser Kurven zur Abszisse bei 300 g Füllung die Abdampfmenge pro 24 Stunden ermitteln. Diese Abdampfmengen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt, und ergeben die Kurve Fig. 4, wenn die Drucke logarithmisch aufgetragen werden.

$p$ mm	$\log p$	Abdampfmenge $A$ g/24 Std.
760	2,8808	8210
6,4	0,8062	4600
0,72	0,8573 - 1	4440
0,0013	0,1139 - 3	880
0,00014	0,1461 - 4	460
Vakuum I.	0,0000423	410
Vakuum II.	0,0000175	240

Man ersieht hieraus, daß sich die Verluste des Gefäßes mit besser werdendem Vakuum einem Grenzwert nähern. Nehmen wir an, daß dieser Grenzwert bei 200 g/24 Std. liegt, so können wir die Ursache dieses restierenden Verlustes nicht mehr auf die Leitfähigkeit des Vakuums schieben.

**f) Diskussion der Verluste in doppelwandigen Glasgefäßen.** Füllen wir ein weder ausgepumptes noch versilbertes doppelwandiges 2-Liter-Glasgefäß mit flüssiger Luft, so verliert es in 24 Stunden 9,6 kg. Ein versilbertes und nicht ausgepumptes Gefäß verliert dagegen nur 8,2 kg/24 Std. Pumpen wir letzteres bis zum äußersten Vakuum aus, so verliert es nur noch 200 g/24 Std. Diesen Verlust können wir noch weiter verringern, wenn wir das Gefäß in Watte verpacken und mit einem Wattepropfen verschließen. Es verliert dann nur noch 185 g/24 Std. (0,023 kg/Tag auf 1 dm<sup>2</sup> Gefäßoberfläche). Von diesem Verlust wird hervorgerufen durch die Leitung der Glaswandung des Halses 38 g, durch die Strahlung durch die Halsöffnung 20 g. Ein kleiner Betrag mag noch infolge der Leitung durch die Versilberung des Halses hinzukommen; er wird aber in Anbetracht der geringen Dicke der Silberschicht — vielleicht 0,001 mm — kaum stark in Betracht kommen. Der übrig bleibende Rest von 127 g/24 Std. kann in der Hauptsache anscheinend nur noch durch Wärmeeinstrahlung hervorgerufen werden. Eine Frage für sich ist, wieviel davon darauf zurückzuführen ist, daß die Versilberung nicht dicht genug ist und noch Wärmestrahlen durchläßt, und wieviel noch dann übrig bliebe, wenn der Spiegel überall zuverlässig zusammenhinge.

#### 4. Gefäße aus Zelluloid.

Auf Vorschlag von Hrn. Banneitz wurde der Versuch mit einem doppelwandigen Gefäß aus Zelluloid gemacht. Vorversuche ergaben bereits, daß das Zelluloid bei tiefen Temperaturen wesentlich spröder ist als bei gewöhnlichen Temperaturen und sich nur um ein Geringes verbiegen läßt ohne zu brechen.

Weitere Versuche ergaben, daß eine Zelluloidkugel vollständig luftdicht hergestellt werden kann.

Eine Kugel von 0,8 mm Dicke wurde von dem Luftdruck eingedrückt, so daß man später zu einer Dicke von 3 mm überging. Das Zelluloid gibt zwar sehr viel Gase ab, in denen

mit Hilfe eines Spektralrohres hauptsächlich Kohlenwasserstoffe und Wasserstoff erkannt werden konnten. Aber diese Gase kondensieren sich zur Hauptsache bei tiefen Temperaturen, da das Vakuum nach Eintauchen der Kugel in flüssige Luft wesentlich verbessert wurde.

Auf Grund dieser günstigen Vorversuche wurde ein doppelwandiges Gefäß aus Zelloid hergestellt, dessen Ausführung in Fig. 5 wiedergegeben ist. Man gelangt zu einem Vakuum, das durch die Dampfspannung des Zelloids begrenzt ist. In diesem Zustand verlor das Gefäß bei nicht versilberten Wandungen 2,5 kg in 24 Std., also nicht mehr, als ein gut evakuierter Glasgefäß ohne Versilberung.

Eine Versilberung der Wandungen ist nicht gegückt.

Die Versuche mußten schließlich deshalb abgebrochen werden, weil das Gefäß bei späteren Füllungen mit flüssiger Luft sprang. Die Sprödigkeit dieses Materials bei tiefen Temperaturen ist offenbar zu groß, um die durch das Einfüllen der flüssigen Luft bedingten Spannungen auf die Dauer und mit Sicherheit auszuhalten.

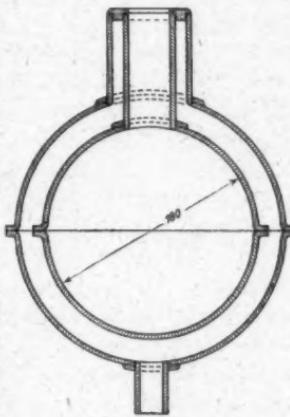


Fig. 5.

### 5. Gefäße der Firma Ahrendt.

a) *Konstruktion.* Seit einiger Zeit werden von der Firma Ahrendt Transportgefäß für verflüssigte Gase in den Handel gebracht, die aus Metall hergestellt sind. Die Konstruktion ist, soviel uns bekannt, etwa die folgende.

Ähnlich wie bei den Glasgefäßen sind auch hier zwei kugelförmige Gefäße aus Messingblech ineinander gebaut, so daß das innere Gefäß durch den Hals am äußeren hängt. Der schwache Hals des inneren Gefäßes ist aus Manganstahl hergestellt, um die Leitfähigkeit desselben möglichst herabzusetzen. Der Zwischenraum zwischen den beiden Teilen ist ausgepumpt, aber nicht bis zum äußersten Vakuum, sondern nur mit einer Ölpumpe bis auf einige Millimeter Druck. Um die übrigen

Gasreste zu entfernen, ist Holzkohle zwischen beiden Wandungen so angebracht, daß sie von der eingefüllten flüssigen Luft abgekühlt wird und dabei die Gasreste absorbiert. Das Ganze ist in einem stabilen zylinderförmigen Eisenbehälter untergebracht.

Das innere Gefäß hängt frei am Halse des äußeren. Das Ausgießen des Inhalts geschieht durch Neigung, wobei die Wandung des inneren Gefäßes sich mit der des äußeren berührt (Patent Ahrendt). Die hierdurch eintretende Wärmezufuhr drückt dann die flüssige Luft aus der an und für sich engen Öffnung des Halses.

b) *Festgestellte Verluste.* Es standen zu Versuchszwecken zur Verfügung: ein 5-Liter-Gefäß, ein 15-Liter-Gefäß und ein 25-Liter-Gefäß. Die Abdampfmengen wurden wie oben durch Wägung ermittelt. Es ergab sich, daß das 5-Liter-Gefäß seinen ganzen Inhalt in 6 Tagen verlor. Der Gewichtsverlust fand gleichmäßig statt und betrug 1,095 kg/24 Std. bzw. 22% vom Inhalt (0,075 kg/Tag auf 1 dm<sup>2</sup> Gefäßoberfläche).

Das 15-Liter-Gefäß wurde in gleicher Weise untersucht und es stellte sich heraus, daß dasselbe relativ zu seiner Oberfläche bedeutend mehr als das 5-Liter-Gefäß verlor. Der Verlust betrug im Mittel 2,671 kg/24 Std. bzw. 18% vom Inhalt. Da hier anscheinend ein Fabrikationsfehler vorlag, wurde hierfür von der Firma ein anderes gleichgroßes Gefäß geliefert, dessen Untersuchung einen Verlust von 1,026 kg/24 Std. bzw. 7% vom Inhalt ergab (0,034 kg/Tag auf 1 dm<sup>2</sup> Oberfläche).

Bei dem 25-Liter-Gefäß wurden 1,258 kg in 24 Stunden (0,029 kg/Tag auf 1 dm<sup>2</sup>) bzw. 5% vom Inhalt als Verlust festgestellt.

Nach Angaben der Firma sollen die 5-Liter-Gefäße in 24 Stunden 432—1920 g verlieren, je nachdem die Gefäße aus Sparmetall oder zum Teil aus Ersatzmetall ausgeführt sind. Für die 25-Liter-Gefäße wird ein Verlust von 1080 bis 1920 g in 24 Stunden angegeben. Die Firma garantiert, daß ihre Gefäße (wenn von Sparmetall hergestellt), nicht mehr als 1,5 kg in 24 Stunden verlieren, gibt aber bei dieser Garantie keine Unterschiede für die verschiedenen Größen an. Die größten von der Firma offerierten Gefäße fassen 100 Liter.

#### 6. Vorversuche mit Metallgefäßen.

a) *Das Nickelgefäß von Lilienfeld.* Bereits vor mehreren Jahren hat Prof. Lilienfeld ein Metallgefäß für verflüssigte

Gase zu Versuchszwecken bauen lassen. Dasselbe stand noch zur Verfügung und wurde nochmals untersucht. Es besteht aus kugelförmig gepreßtem Nickelblech, ist doppelwandig und hat etwa 1 Liter Inhalt. Der Hals der inneren Wandung ist durch ein zwischengesetztes Glasrohr von dem äußeren Mantel getrennt. Hierdurch soll die metallische Wärmeleitung durch den Hals vermieden werden. Dieses Glasrohr ist unter Zwischen-  
setzung von Platin luftdicht mit dem Nickel verbunden. Die übrigen Wandungen des Gefäßes sind hart mit Silber verlötet. Außerdem sind noch einige Stützen zwischen beiden Gefäßen angebracht, um eine gleichmäßig sichere Lage für das innere Gefäß zu gewährleisten und den zerbrechlichen Glashals vom Druck zu entlasten. Dieses Gefäß ist auch mit einem Spektralrohr versehen und im Jahre 1918 von Prof. Lilienfeld ausgepumpt worden. Das Vakuum hat sich bis jetzt gut gehalten. Nach Angabe von Prof. Lilienfeld fluoresziert das Spektralrohr jetzt noch genau so wie vor Jahren.

Dieses Gefäß verlor jetzt 1,2 kg/24 Std. flüssige Luft. Es wurde an den äußeren Wandungen außerdem sehr kalt und es fand dort Eisbildung statt. Während flüssige Luft im Gefäß war, wurde das Vakuum durch die Abkühlung bedeutend besser und es ging durch das Spektralrohr keine Entladung mehr. Eine Isolation dieses Gefäßes mit Eiderdaunen verbesserte das Resultat auf 775 g/24 Std. (0,16 kg/Tag dm<sup>2</sup>).

Es geht hieraus hervor, daß ein außerordentlich gutes Vakuum die Vorbedingung für die praktische Verwertbarkeit eines solchen Gefäßes ist. Die weiteren Versuche sollen zeigen, ob es möglich ist, ein brauchbares Gefäß aus Metall zu konstruieren, von dem man nachher auf die geforderten größeren Gefäße schließen kann.

b) *Material, Wandstärke, Dichtigkeit.* Vor allen Dingen war festzustellen, welche Metalle geeignet sind, welche Wandstärke als Minimum vorausgesetzt werden muß, und womit die Verbindungsstellen gelötet bzw. gedichtet werden müssen.

Für diese Vorversuche wurden kugelförmige Gefäße hergestellt, die, mit einem Glashals versehen, unter Zwischen-  
schaltung von Platin an die Luftpumpe angeschlossen werden konnten. Die Kugelgefäße wurden aus zwei gedrückten Halbkugeln zusammengesetzt und hart verlötet. An Material stand nur Kupfer und Eisen zur Verfügung. Bei Eisen sind Schlacke-

einschlüsse vorhanden, über die sich von vornherein nichts sagen läßt. Man wird daher die Wandstärke nicht zu dünn wählen dürfen. Das beste Resultat wurde bei diesen Versuchen mit einer Wandstärke von 1,5 mm erzielt.

c) *Lötstellen.* Auf die Verbindungsstellen muß ganz besonderer Wert gelegt werden, und es hat schon bei den Vorversuchen sehr viel Schwierigkeiten bereitet, die Lötstellen sicher zu dichten. Das zuerst angewandte Schlaglot bewährte sich nicht. Durch die notwendige Erhitzung beim Auspumpen bildeten sich kleine Kanäle und Poren, die hauptsächlich durch anhaftende Oxyde und Reste des Lötmittels (Borax) zustande kamen, und die vom Lötmaterail selbst nicht ausgefüllt waren.

Ebenso schlecht war die Lötung mit Zinn, abgesehen davon, daß man ein mit Zinn gelötetes Gefäß beim Evakuieren nicht hoch genug erhitzten kann.

Erst eine ganz sorgfältige Lötung mit einer Silberlegierung führte zum Ziele. Es wurde hierbei so verfahren, daß die zu verlötenden Stellen zuerst sauber versilbert wurden und, dann miteinander in Verbindung gebracht, mit einem Schweißbrenner so stark erhitzt wurden, daß das Silberlot dünnflüssig zwischen beiden Lötstellen lief.

d) *Die Herstellung des Vakuum.* Die Herstellung eines guten Vakuum in Metallgefäßen ist ganz besonders schwierig. Die für die Versuche hergestellten Gefäße wurden, mit einem Spektralrohr versehen, an eine rotierende Gädé-Hg-Pumpe angeschlossen und ausgepumpt. Im kalten Zustand pumpt man die Gefäße ohne weiteres bis zum harten Röntgenvakuum. Dieses Vakuum reicht aber bei weitem noch nicht aus. Man muß die an den Wänden haftenden Gase entfernen und eventuell vorhandene Kohlenwasserstoffe, die sich zum Teil in Form von Öl tropfen kondensieren, herausbringen. Dies ist nur möglich, wenn man das Gefäß stark erhitzt.

Als einfachste Methode erwies sich auch hier die Erhitzung des auszupumpenden Gefäßes durch Wirbelströme. Die Anordnung der Fig. 3 ist hier besonders vorteilhaft, da die Wirbelströme direkt in den Wandungen des Gefäßes erzeugt werden. Das Gefäß wurde mit Asbest gut verpackt und ähnlich wie in Kapitel 3e beschrieben, mit einer aus 5 mm starkem Kupferdraht bestehenden Drahtspirale umgeben, durch die der

Wechselstrom mit 600 Perioden in der Sekunde geschickt wurde. Bei genügender Isolation des Gefäßes mit Asbest reicht eine Maschinenleistung von 3 KW. aus, um das Gefäß bis zur Rotglut zu erhitzen. Die Temperatur des Gefäßes wurde mittels Thermoelementes gemessen. Außerdem wurden noch an verschiedenen Stellen Glaskörper so durch die Asbestumhüllung geführt, daß man durch sie die Metallwand beobachten konnte und dadurch festzustellen vermochte, ob Rotglut erreicht war. An der Stelle, wo der Metallhals an Platin angelötet war, und letzteres an das Glasrohr, das zur Pumpe führte, angeschmolzen war, wurde weniger stark erhitzt.

Mit Eisenkugeln von 0,7 mm Wandstärke konnte trotz vorzüglicher Herstellung der Schweißstellen kein genügendes Dichthalten erzielt werden.

Es wurde daher eine starkwandige Eisenkugel von 1,5 mm Wandstärke hergestellt, und ganz besonders sorgfältig gelötet. Die zu verlötzenden Stellen wurden zuerst mit einem Überzug des Lötmittels, das aus einer schwer schmelzbaren (etwa 600°) Silberlegierung bestand, versehen. Sodann wurden die zu verlötzenden Teile aneinander gebracht und mit dem Schweißbrenner so stark erwärmt, daß das aufgetragene Silberlot dünnflüssig den Zwischenraum ausfüllte. Gleich beim ersten Auspumpen stellte sich heraus, daß bei diesem Gefäß das Vakuum bedeutend besser hielt, als bei den früheren. Das Gefäß wurde stark erhitzt und mehrere Male stundenlang ausgepumpt, und schließlich abgeschmolzen.

Nach Ablauf von 5 Tagen hatte sich das Vakuum kaum merklich geändert, so daß angenommen werden konnte, daß dieses Gefäß dicht war. Es wurde daher beschlossen, dasselbe als inneren Teil eines doppelwandigen Gefäßes zu benutzen. Die Versuche mit demselben werden später beschrieben werden.

e) *Wärmezufuhr durch die Metallwandung des Halses.* Genau wie wir oben die Wärmeleitung durch die Halswandung des Glasgefäßes ermittelt haben, wurde festgestellt, wie groß die Wärmezufuhr durch einen Metallhals ist. Wir benutzen hierzu wieder ein doppelwandiges Glasgefäß, dessen Verluste bekannt sind, und tauchen ein Metallrohr von bekanntem Querschnitt hinein. Aus der Zunahme des Verlustes ergibt sich dann die durch das Metallrohr herbeigeführte Wärmezufuhr.

Es wurde ein Eisenrohr von 6 mm äußerem, 4,5 mm innerem Durchmesser und 50 cm Länge untersucht. Es ergab sich eine Differenz der Abdampfmengen von 229 g/24 Std. Da der Metallquerschnitt hier 12,37 qmm betrug, berechnet sich der Verlust pro 1 qcm zu 1,85 kg/24 Std. für Eisen.

f) Beeinflussen die ausströmenden kalten Gase die Wärmezufuhr durch die Halswandung? Es erscheint wissenswert, ob bei Verwendung eines Metallhalses die durch denselben ausströmenden kalten Gase den Hals besonders kühlen und dadurch die Wärmezufuhr durch die Halswandung vermindern, eine Frage, die durch Hrn. Prof. Lilienfeld aufgeworfen worden war.

Um hierüber genauere Angaben machen zu können, wurde der folgende Versuch gemacht. Ein doppelwandiges 5-Liter-Gefäß wurde wie in Fig. 6 mittels eines Quecksilberverschlusses nach außen hin abgeschlossen.

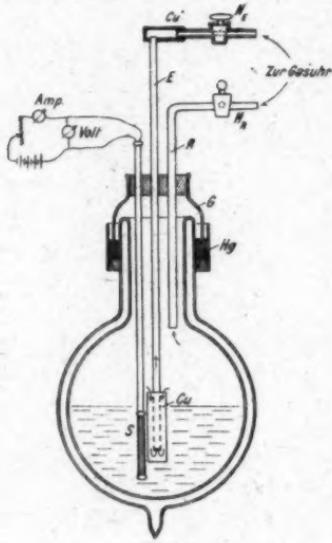


Fig. 6.

Durch den Hals der Glocke (G) wurden ein Eisenrohr (E) von 6 mm äußerem und 4,5 mm innerem Durchmesser und ein Glasrohr (R) so angebracht, daß das entwickelte Gas entweder durch das Eisenrohr oder durch das Glasrohr strömen mußte. Diese Umstellung geschah mittels der Hähne  $H_E$  und  $H_R$ . Die kalten Gase der verdampfenden flüssigen Luft sollten nun durch das 50 cm lange Eisenrohr der ganzen Länge nach strömen, unabhängig von der Höhe der Flüssigkeitsoberfläche im Gefäß. Daher wurde am unteren Ende des Eisenrohres ein 10 cm langer

Kupferzylinder ( $Cu$ ) angelötet. Die entweichenden Gase mußten durch diesen Kupferzylinder strömen, bevor sie in das Eisenrohr gelangten (in der Figur durch Pfeile gekennzeichnet). Der Kupferzylinder tauchte während des Versuches dauernd in flüssige Luft und hatte an allen Stellen die gleiche Tempe-

ratur von  $-190^{\circ}$ . Am äußeren Ende des Eisenrohres herrschte Zimmertemperatur, was durch den dort aufgelöten kleinen Kupferzyylinder ( $Cu'$ ) sichergestellt wurde. Um nun auch für verschiedene Gasmengen, die durch das Rohr strömen, den Einfluß auf dessen Leitfähigkeit feststellen zu können, wurde noch eine Heizspirale ( $S$ ) in das Gefäß eingeführt. Mittels derselben konnten bis 10 Watt zugeführt werden. Diese Wärmezufuhr entsprach ungefähr einer Verdampfung von 3000 Liter flüssiger Luft in 24 Stunden.

Der Versuch verlief negativ, d. h. es ergab sich, daß in beiden Fällen stets gleiche Mengen verdampften, auch dann, wenn die oben genannte Menge zur Verdampfung kam.

#### 7. Das doppelwandige Metallgefäß.

a) Konstruktion. Die schon bei den Vorversuchen (Kapitel 6d) ausgepumpte Eisenkugel von 1,5 mm Wandstärke, die sich als dicht erwiesen hatte, wurde nun zu einem doppelwandigen Gefäß verwendet. Diese Kugel wurde hierbei für den inneren Teil des Gefäßes benutzt. Sie wurde von einer zweiten aus zwei Hälften bestehenden Kugel von rund 30 cm Durchmesser umgeben. Die Konstruktion dieses Gefäßes geht aus Fig. 7 hervor. Der Abstand zwischen beiden Wandungen beträgt 1,8 cm. Das innere Gefäß ist mit dem äußeren am Halse verbunden, jedoch ist in die innere Halswandung ein Glasrohr von etwa 10 cm Länge eingesetzt, durch das die direkte Überleitung der Wärme von der äußeren Kugel auf die innere vermieden wird. Das Gefäß faßt 10 Liter und sein Leergewicht beträgt etwa 10 kg.

Entsprechend dem Gefäß von Prof. Lilienfeld mußte zur Entlastung des Glas-halses die innere Kugel gegen die äußere abgestützt werden. In der Figur sind die Einzelheiten dieser Stützen (4 Stück) zu erkennen. Sie bestehen im wesentlichen aus einem Porzellanrohr als isolierendes Material zwischen der äußeren und inneren Kugel, dann aus den Stellschrauben,

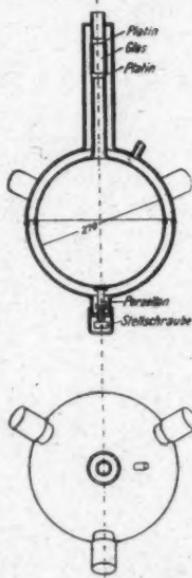


Fig. 7.

mit deren Hilfe die innere Kugel in der äußeren zentrisch festgestellt werden kann. Nach der Einstellung dieser Stellschrauben wurden zur Dichtung Kappen über dieselben gesetzt und verlötet.

Da im Verlauf der Versuche sich die als Stützen dienenden Porzellanröhren als zu schwach bzw. zu zerbrechlich erwiesen, wurden sie durch Serpentinzylinder ersetzt. Der Wärmetransport durch diese Stützen wurde an einem Modell geprüft. Es ergab sich, daß der hierdurch bewirkte Mehrverlust pro Stütze rund  $60 \text{ g}/24 \text{ Std}$ . beträgt. Die Verwendung von Stützen erwies sich jedoch besonders insofern als ungeeignet, als bei der Erhitzung des Gefäßes ihre stützende Wirkung durch die Ausdehnung des Metalls verloren ging, wodurch der Hals zu sehr beansprucht wurde und an der Verbindungsstelle

zwischen Platin und Glas zerriß. Es wurde daher ein neues kleines 2 Liter fassendes Eisengefäß gebaut, wie es Fig. 8 zeigt. Unter Vermeidung von Stützen wurde nach einem Vorschlag von Prof. Lilienfeld die Aufhängung am Hals durch ein zweites Glasrohr verstärkt.

b) Das Vakuum. Die Einrichtung zum Evakuieren war hierbei die gleiche, wie früher bei Untersuchung der Glasgefäß. Während des Pumpens wurde das Gefäß bis zum Beginn der Rotglut erhitzt. Um festzustellen, ob die Lötstellen dicht hielten, wurde das Gefäß zunächst im kalten Zustand möglichst weit ausgepumpt und über Nacht stehen gelassen. War eine Undichtigkeit vorhanden, so konnte dies leicht an den Stickstofflinien im Spektralrohr festgestellt werden. Die

undichten Stellen wurden dann durch teilweises Verschmieren der Lötstellen mit Siegellack ermittelt und nochmals nachgelötet.

Beim erstmaligen Erhitzen und Evakuieren destillierte aus dem Gefäß eine ölige gelbe Flüssigkeit. Erst nach tage-

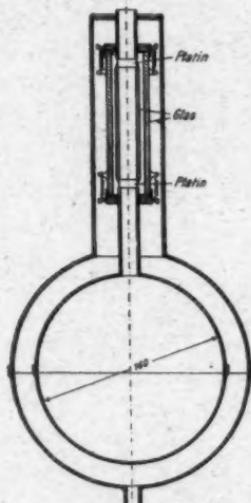


Fig. 8.

langem Pumpen unter gleichzeitigem Erwärmen gelangte man so weit, daß nach Absperren des Gefäßes von der Pumpe das Vakuum erhalten blieb. Die Loslösung der Gasreste von den Metallwänden geht nur sehr langsam vor sich. Während des Pumpens in den ersten Tagen und besonders während der ersten Periode dieser Zeit verbesserte sich das Vakuum nicht mit der Abkühlung des Gefäßes. Hieraus war zu schließen, daß die einmal abgegebenen Gase beim Erkalten nicht kondensiert und von den Wänden nicht wieder aufgenommen werden. Besonders stark war die Abgabe von Wasserstoff. Erst zuletzt, nachdem das Gefäß etwa 6 Tage unter Vakuum gestanden hatte, und die Erhitzung täglich mehrere Stunden betrieben worden war, gelangte man zu einem konstanten Vakuum, kenntlich durch kräftige Fluoreszenz des Spektralrohres. Jetzt ließ sich schon beobachten, daß die Wandungen beim Erkalten wieder Gase aufnahmen. Das Vakuum verbesserte sich also während des Abkühlens. Aber trotzdem war nicht das gewünschte extreme Vakuum erreicht. Es ist jedoch anzunehmen, daß es durch noch längeres Pumpen unter gleichzeitigem Erhitzen noch verbessert werden kann. Man muß durch Erwärmung die Gase von den Wänden bis zu dem Grade abtreiben, bei dem die Wandungen beim Erkalten den ganzen Rest der noch vorhandenen Gase wieder absorbieren.

c) *Verluste bei Füllung mit flüssiger Luft.* Es wurde auch ein Versuch mit flüssiger Luft gemacht, um die Abdampfmenge des 10 Liter fassenden Gefäßes der Fig. 7 bei dem bisher erzeugten Vakuum festzustellen. Die Gädelpumpe war während dieses Versuches dauernd in Betrieb. Das Vakuum war also im kalten Zustand des Gefäßes so weit vorgeschritten, daß durch das Spektralrohr keine Entladung mehr hindurchging.

Während des Einfüllens der flüssigen Luft und der darauf folgenden Beobachtungszeit wurde die Pumpe nicht abgestellt, auch konnte im Spektralrohr eine Verschlechterung des Vakuums nicht beobachtet werden.

In das Gefäß wurden etwa 10 Liter flüssige Luft eingefüllt, von denen jedoch ein beträchtlicher Teil schon beim Einfüllen verloren ging. Der Abdampfverlust wurde mit der Gasuhr gemessen, und es ergab sich hierbei im Durchschnitt ein Verlust von 10,6 kg/24 Std. Merkwürdigerweise hatte sich unmittelbar nach diesem Versuch das Vakuum sehr verschlechtert.

Die Wandungen hatten anscheinend bei der Temperatur der flüssigen Luft viel Gase absorbiert und gaben dasselbe bei der Zimmertemperatur ab.

Der gleiche Versuch bei dem 2-Liter-Gefäß der Fig. 8 ergab einen Verlust von 4,8 kg/24 Std.<sup>1)</sup> Auf 1 dm<sup>2</sup> Oberfläche verlor das 10-Liter-Gefäß 0,46 kg/24 Std., das 2-Liter-Gefäß 0,60 kg/24 Std.

#### **8. Weitere Versuche mit Metallvakuumgefäßen, insbesondere Schutz gegen Wärmestrahlung.<sup>2)</sup>**

Es entstand die Frage, warum die Gefäße trotz ausgezeichneten Vakuums noch so große Abdampfverluste ergeben. Es lag der Verdacht nahe, daß die Eisenoberfläche sehr viel mehr Wärmestrahlen aussendet, als das eine glänzende Silberoberfläche tun würde. Es wurde daher von jetzt ab versucht, die Wärmestrahlung durch geeignete Überzüge, insbesondere durch Versilberung, herabzusetzen.

Eine weitere Verminderung kann nach O. Wiener<sup>3)</sup> durch die Einschaltung von gut isolierten Schirmen erzielt werden. Derselbe hat theoretisch nachgewiesen, daß durch Zwischen-schalten von  $n - 1$  isolierten dünnen spiegelnden Metall-schirmen der stationäre Wärmeaustausch im Vakuum auf den  $n$ ten Teil herabgesetzt werden kann. Die im folgenden beschriebenen Versuche bezwecken die Untersuchung der technischen Anwendbarkeit der angegebenen Wärmeschutzmittel, sowie die Feststellung der damit erzielten und zu erwartenden Erfolge. Zunächst wurde eine Reihe von Gefäßen konstruiert, um die verschiedenen Möglichkeiten hinsichtlich ihrer Zweckmäßigkeit gegeneinander abzuwagen. Dabei zeigte es sich nun, daß nicht unter allen Umständen eine genügende Evakuierung möglich war. Daher wurden besondere Versuche angestellt, die die Entgasung der geschützten Oberflächen im allgemeinen aufklären sollten.

Das im vorigen Abschnitt beschriebene kleine 2 Liter fassende Versuchsgefäß (Fig. 8) hatte als Abdampfverlust, auf den Tag berechnet, den, verglichen mit den Glasgefäßen gleicher Größe, außerordentlich großen Wert 4,8 kg ergeben. Weiteres

1) Bis hierher reichen die Versuche des Hrn. Banneitz.

2) Versuche von Hrn. Rhein.

3) O. Wiener, Ber. d. math.-phys. Kl. d. Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss. Leipzig. **70**. S. 13. 1918.

Erhitzen führte zu keinen besseren Werten. Im Gegenteil, die Verluste wurden immer größer. Auch bei einem ähnlich gebauten aber versilberten Gefäß führte starkes Erhitzen zu keinem besseren Ergebnis als vorher. Vermutlich wurde der Glanz der Versilberung durch die übermäßige Erhitzung zerstört, so daß die Verluste durch Wärmestrahlung zunehmen. Für die Behandlung des Vakuums ergab sich daraus die Folgerung, daß das Erhitzen nur mäßig erfolgen und nicht über eine Temperatur von  $300^{\circ}$  hinaus gesteigert werden dürfte. Die im folgenden beschriebenen Gefäße sind daher — wenn überhaupt — nur ganz mäßig während des Auspumpens erwärmt worden.

Zunächst wurden vier doppelwandige 2-Liter-Gefäße gebaut. Die Konstruktion war dieselbe wie die des oben beschriebenen kleinen Eisengefäßes der Fig. 8. Sie waren aber darüber hinaus noch nach Art der Dewar-Gefäße versilbert, und zwar die Innenkugel außen und die Außenkugel innen. Das erste ließ nach mehrtägigem Pumpen ohne Erwärmern ein gutes Vakuum erzielen. Die Abdampfverluste betrugen 1,6 kg/Tag, auf  $1 \text{ dm}^2$  Oberfläche berechnet: 0,20 kg/24 Std. Ein Heizen auf  $400^{\circ}$  hatte wiederum nachteilige Folgen. Die Verluste stiegen bis auf etwa 3 kg/Tag. Bei dem zweiten Gefäß war noch eine Zwischenwand aus Silber eingefügt. Mit diesem Gefäß, das gar nicht erhitzt wurde, wurden die besten Resultate erzielt. Die Verluste betrugen 0,6 kg/Tag (0,075 kg im Tag auf  $1 \text{ dm}^2$  Oberfläche), spätere Versuche ergaben 0,9 kg/Tag (0,11 kg/Tag auf  $1 \text{ dm}^2$  Oberfläche). Sein Durchmesser beträgt 20 cm, sein Gewicht 2,7 kg. Bei den letzten beiden Gefäßen waren neben der Versilberung noch weitere Zwischenwände unregelmäßiger Art angewandt. Der Hohlräum des einen war mit Asbestwolle gefüllt, der des anderen mit versilberten Glasscherben. Das erstere ließ sich nur mangelhaft auspumpen; es verlor pro Tag 6 kg. Das letztere lieferte bessere Resultate; es verlor nur 1,1 kg. Ein nennenswerter Fortschritt war aber auch nicht erzielt.

Nunmehr wurden zwei Gefäße konstruiert, bei denen zwischen der Außen- und der Innenwand noch zwei Zwischenwände aus Eisen eingeschoben waren. Das eine derselben war innen versilbert, das andere nach einem Verfahren der Firma Metallatom mit Aluminium bespritzt. Das aluminierte Gefäß

ließ sich auch beim Erwärmen nicht auspumpen. Es blieb zweifelhaft, ob das Gefäß undicht war oder ob soviel Gase vom Aluminium abgegeben wurden. Das (galvanisch) versilbernde Gefäß wurde während des Auspumpens nicht erwärmt; es zeigte, verglichen mit den früheren Konstruktionen, keinen wesentlichen Fortschritt. Über die Einzelheiten der Konstruktion sei folgendes mitgeteilt: um das innere Gefäß von etwa 2 Liter Inhalt, unter dem sich ein Sieb mit geglühter Holzkohle befand, waren vermittelst von je sechs Ebonitstützen die beiden Zwischenwände herumgebaut. Ohne jede äußere Verbindung hingen alle Innenteile an dem wie früher gestützten Glashals im äußeren Mantel. Das Gewicht des Gefäßes betrug 6,18 kg. Der Durchmesser der innersten Kugel betrug 16, der der äußersten 28 cm. Die Abdampfverluste betrugen 1,1 kg/Tag.

Dieser wider Erwarten große Abdampfverlust erklärt sich vielleicht daraus, daß die Zwischenräume nur mit der inneren, nicht aber auch mit der äußeren Kugel durch die Stutzen in Verbindung standen. Diese Konstruktion war gewählt worden, um andernfalls auftretende Spannungen, die zur Zertrümmerung des Glashalses führen könnten, zu vermeiden. Derartige Spannungen würden auch bei genauerster Abmessung der Stutzen infolge der Temperaturerniedrigung beim Einbringen von flüssiger Luft hervorgerufen werden und hatten bereits früher nachteilig gewirkt. Durch diese Anordnung kann nun eine zu niedrige Temperatur der Zwischenwände bedingt sein, indem sich das Gefälle, das zwischen den inneren Wandungen vorhanden sein sollte, wiewohl die Stutzen aus Ebonit, also einem Isolator, bestanden, zum Teil ausgleicht. Das hat aber zur Folge, daß zwischen den beiden äußersten Wänden ein um ein Beträchtliches zu großer Temperaturunterschied vorhanden sein muß, so daß infolge der größeren Oberfläche Verluste bedingt werden, die den Gewinn durch die Schirmwirkung der Zwischenwände ausgleichen, ja sogar übercompensieren können.

Es hat den Anschein, daß es technisch nicht möglich ist, über einen Mindestverlust von 0,6 kg bis 1 kg pro Tag mit 2-Liter-Gefäßen aus Metall wesentlich hinauszukommen. Die Güte der Glasvakuumgefäße scheint nicht erreichbar zu sein. Größere Metallvakuumgefäße, die zumeist ausgiebig von Kohle als Absorbens Gebrauch machen, soweit sie bereits in der

Technik Verwendung finden, liefern natürlich prozentual bessere Resultate.

Es war geplant, ein größeres dreiwandiges Gefäß von etwa 30 Liter Inhalt herzustellen. Das Gefäß sollte sich, um der Kugelgestalt möglichst nahe zu kommen, aus zwei konischen und einem zylindrischen Teil zusammensetzen. An Stelle des zerbrechlichen Glashalses sollten zur Vermeidung größerer Verluste durch Wärmeleitung auf Vorschlag von Prof. Lilienfeld zwei Metallspiralen eingebaut werden, eine zum Füllen, die andere zum Entleeren. Die Stutzen sollten aus Porzellan hergestellt werden. Die Gefäßteile waren zum Teil geschweißt. Es zeigte sich nun<sup>1)</sup>, daß die autogen verbundenen Schweißnähte absolut undicht waren; es war nicht möglich, das innere Gefäß auszupumpen. Da eine galvanische Versilberung in den schwierigen Zeiten nicht ausgeführt werden konnte, war ein Bespritzen der Oberfläche in Aussicht genommen. Die schlechten Erfahrungen mit dem aluminierten Gefäß jedoch ließen es dringend geraten erscheinen, die Möglichkeit der Entgasung gespritzter Oberflächen zuvor klarzustellen. Diese Versuche, die im nächsten Kapitel beschrieben sind, ergaben, daß die außerordentlichen Mengen von Gasen, die den gespritzten Oberflächen anhaften, einen derartigen Überzug als ungeeignet erscheinen lassen. Man wird also auf die galvanische Versilberung zurückkommen müssen. Angesichts der technischen Schwierigkeiten, die das Hartlöten derartig großer Nähte, wie sie hier in Frage kamen, mit sich bringt, sowie angesichts der technischen Unmöglichkeit, gegenwärtig einen galvanischen Überzug herzustellen, mußte der Zusammenbau des Gefäßes vorläufig zurückgestellt werden.

#### 9. Über die Entgasung wärmegeschützter Eisenbleche.<sup>1)</sup>

Es sollen hier Versuche beschrieben werden, die die Entgasung wärmegeschützter Eisenbleche zum Gegenstand hatten. Wie bereits bemerkt, war es zweifelhaft geblieben, ob das aluminierte Gefäß undicht war oder ob die entweichenden Gase aus der Aluminiumschicht stammten. Um die Frage klarzustellen, wurde die Untersuchung von Grund auf geführt. Die Versuchsbedingungen waren allerdings sehr verwickelt; die Resultate sind daher mehr qualitativ als quantitativ, zu-

1) Nach Versuchen von Hrn. Kurze.

mal das Problem der Absorption von Gasen in Metallen noch keineswegs restlos aufgeklärt ist. Das Ziel der Versuche bestand hauptsächlich in der Frage: ob und in welcher Weise die Entgasung möglich ist.

Ein metallischer Überzug auf metallischer Unterlage kann in verschiedener Weise hergestellt werden: einmal galvanisch; er läßt sich dann gut polieren und liefert hochglänzende Oberflächen; dann durch Aufspritzen der Metalle; in diesem Falle ist er mehr oder weniger matt und verträgt nicht unter allen Umständen eine Politur. Die Metallisierung nach dem letzteren Verfahren wird von der Firma Metallatom-Berlin (später Frankonia) ausgeführt. Nicht alle Metalle haften aufeinander. Man kann jedoch durch Aufspritzen einer dünnen Zinkhaut beispielsweise die Haltbarkeit erhöhen, wenn sich nämlich sowohl die Unterlage wie das aufgespritzte Metall mit Zink leicht legieren. In dieser Weise waren sämtliche nach diesem Verfahren bespritzten Bleche, die zur Untersuchung kamen, hergestellt.

Die Versuche wurden so angestellt, daß die behandelten Eisenbleche aufgerollt in zylindrische Glasgefäß eingeschlossen wurden. Nach Anschluß an die Pumpleitung wurde zunächst ohne Erwärmung der Gefäße mit der Gädepumpe ausgepumpt und stehen gelassen. Zur Messung des Vakuums waren ein Mac-Leod-Manometer sowie ein Spektralrohr angeschlossen. Aus der Druckänderung konnte auf das abgegebene Volum geschlossen werden. Selbstverständlich war es nach dieser Methode nicht möglich, die überhaupt abgegebene Gasmenge zu bestimmen; denn es bleibt unbekannt, wieviel während des Pumpens bereits entweicht. Die abgegebene Menge ist Funktion des Druckes; aber sie hängt darüber hinaus noch von einer Reihe anderer mehr oder weniger unkontrollierbarer Parameter ab: von der Natur des Stoffes, von der Beschaffenheit der Oberfläche, vor allem aber von der Vorgeschichte. Geeglühte Bleche verhalten sich ganz anders als nichtgeglühte. Bleche, die bereits im Vakuum waren, geben weniger ab als andere usf. Immerhin dürften die im folgenden des näheren beschriebenen Versuche die darauas auf die Herkunft der abgegebenen Gase gezogenen Schlüsse rechtfertigen.

1. Zunächst wurde gespritztes Aluminium untersucht. 65 qdm Eisenblech wurden beiderseits mit Aluminium bespritzt und in ein Glasrohr von 100 mm Durchmesser eingeschlossen.

Das Volum des Gefäßes (mit Einschluß der Meßapparate bis zum Verschluß) betrug  $v = 7,3 \text{ dm}^3$ . Folgende einfache Überlegung gestattet das Volum  $\Delta v$  der abgegebenen Gase auf Atmosphärendruck umgerechnet zu berechnen. Steigt der Druck um  $\Delta p$ , so ist:

$$(1) \quad \Delta p \cdot v = 760 \cdot \Delta v.$$

Daraus folgt:

$$(2) \quad \Delta v = \frac{v}{760} \Delta p = \frac{7,3}{760} \cdot \Delta p = 0,0096 \Delta p \text{ dm}^3 = 9,6 \Delta p \text{ cm}^3.$$

Bezieht man die abgegebene Menge auf die Einheit der Oberfläche, so wird:

$$(3) \quad \Delta v/\text{qm} = \frac{v}{760 \cdot f} \Delta p = 7,4 \Delta p \text{ cm}^3/\text{qm}.$$

Bereits nachdem die Pumpen wenige Minuten in Betrieb gesetzt waren, zeigte das Spektralrohr Kathodenstrahlung. Das Vakuum ging außerordentlich stark zurück: während zweier Tage von etwa 0,001 mm bis 0,1 mm. Alle 2—3 Tage wurde das Auspumpen wiederholt. Anfangs wurde wenig, später außerordentlich viel Wasserstoff abgegeben. Auch bei zwölfmal wiederholtem Pumpen war noch keine Änderung zu verzeichnen. Darauf wurde das Gefäß sich selbst überlassen und über  $\frac{1}{2}$  Jahr lang beobachtet. Folgende kleine Tabelle gibt die nach Verlauf der angegebenen Zeit täglich abgegebene Menge in  $\text{cm}^3/\text{qm}$ . Die letzte Spalte enthält den jeweils herrschenden Gesamtdruck.

nach Tagen	wurden abgegeben $\text{cm}^3/\text{qm Tag}$	bei einem Druck von mm
2	0,28	0,06
6	0,18	0,19
14	0,10	0,28
56	0,07	0,70
240	0,02	1,2

Die Zahlen entstammen der letzten Beobachtungsreihe. Ein Stillstand ist also auch nach einem halben Jahre nicht eingetreten.

2. Um nun die Herkunft dieser gewaltigen Gasmengen zu erklären, war es wünschenswert, die Gasabgabe von blankem Eisen zu kennen. Es wurden daher Gegenversuche mit nicht bespritzten Eisenblechen gleicher Herkunft angestellt. Im Interesse der technischen Verwertung der Ergebnisse wurde

dabei ein gegläutes und ein nicht gegläutes Blech gleichzeitig untersucht. Die Fläche dieser Bleche betrug je  $2 \cdot 35,8$  qdm, ihr Gewicht  $1,56$  kg (geglüht) bzw.  $1,48$  kg (nicht gegläut). Das Volumen der Anordnung betrug  $4,0 \text{ dm}^3$  (geglüht) bzw.  $4,7 \text{ dm}^3$  (nicht gegläut). Aus diesen Zahlen ergibt sich für den Koeffizienten der Gleichung (3)  $\frac{v}{760 \cdot f} = 7,5$  (geglüht) und  $8,8$  (nicht gegläut).

Bei diesen Versuchen ging das Pumpen bedeutend langsamer vor sich als beim ersten Versuch. Der Unterschied zwischen dem gegläuteten und nicht gegläuteten Blech war zwar deutlich, aber nicht beträchtlich. Während bei dem aluminierten Blech der Druck während zweier Tage bis auf etwa  $0,1$  mm stieg, stieg er jetzt anfangs bis auf  $0,03$ , später nur bis auf  $0,015$ . Das gegläute Blech gab dabei vor allem CO ab, das nicht gegläute hingegen Wasserstoff. Eine Konstanz wurde auch hier nicht erreicht. Die folgende kleine Tabelle gibt zum Vergleich die den oben mitgeteilten entsprechenden Werte. Sie ist ebenfalls den Beobachtungen der letzten Versuchsreihe entnommen.

Tag	geglüht		Tag	nicht gegläut	
	cm <sup>3</sup> /qm Tag	mm		cm <sup>3</sup> /qm Tag	mm
1	0,038	0,013	1	0,018	0,025
2	0,008	0,016	2	0,009	0,030
5	0,007	0,019	5	0,009	0,033
11	0,007	0,027	11	0,009	0,037

Es hat den Anschein, daß das gegläute Blech infolge der Auflockerung des Gefüges rascher abgibt, als das nicht gegläute, jedoch ist dieser Schluß nicht sicher.

Der Unterschied zwischen dem aluminierten Blech und den blanken Eisenblechen ist gewaltig. Ersteres gibt nach einem halben Jahre täglich noch etwa doppelt soviel ab, wie die letzteren nach 8 Tagen!

3. Diese Versuche waren ausgeführt worden, ohne daß die Bleche erwärmt wurden. Da sich eine restlose Entgasung bei gewöhnlicher Temperatur als unmöglich herausstellte, wurden weitere Versuche angestellt, bei denen die Anordnung so getroffen wurde, daß die Bleche erwärmt werden konnten. Außerdem wurden vergleichsweise neben dem gespritzten Metall auch galvanisch hergestellte Überzüge untersucht.

Über die Anordnung im einzelnen sei folgendes mitgeteilt. Es kamen im ganzen fünf Bleche zur Untersuchung. Zwei von ihnen waren neu, d. h. noch nicht im Vakuum behandelt, das eine war blank, nicht versilbert, das andere war hochglänzend versilbert. Sie stammten von einem Stück. Ein drittes war matt versilbert; es war geäugt und auch bereits im Vakuum behandelt. Die zwei letzten Bleche endlich, die dieselbe Vorgeschichte wie das dritte hatten, waren bespritzt, das eine mit einer Zinkhaut, das andere mit Silber, nachdem auf letztem zuvor ebenfalls eine dünne Zinkhaut aufgespritzt worden war. Die Bleche konnten einzeln untersucht werden. Nebenstehende Tabelle orientiert über die wichtigsten Maßverhältnisse.

Die gespritzte Silberauflage haftet schlecht auf dem Eisen. Beim Biegen löste sie sich stellenweise los. Hingegen schien die Temperaturerhöhung keinen nachteiligen Einfluß zu haben. Weder konnte ein selbsttätiges Losblättern noch auch überhaupt eine Veränderung der Oberfläche festgestellt werden.

Diese Versuche bestätigten noch ausgezeichnet den gewaltigen Unterschied zwischen blankem oder galvanisch behandeltem Eisen und den gespritzten Oberflächen. Es zeigte sich das beim Erhitzen. Während bei einer Temperatursteigerung bis auf 200—250° innerhalb von  $\frac{3}{4}$  Stunden der Druck bei gewöhnlichem Eisen (I) von 0,06 bis auf 0,76 mm stieg, entsprechend einer Abgabe von 8,5 ccm/qm,

Herkunft	Zurüstung	Fläche	Gewicht ohne Auflage	Auflage	Auflage/qm	Volum	$\sigma/760 f$ in $\text{cm}^2/\text{min qm}$
I. II. } neu	blank	8,7 qdm	0,9810 g	— g	—	1,61 dm <sup>3</sup>	12,2
	hochglänzend versilbert	8,7 "	0,3655 g	15,2 g Ag	87,9 g Ag	1,59 "	12,0
III. IV. } bereits im Vakuum behandelt	galvanisch versilbert	8,6 "	0,4225 g	22,5 g Ag	130,8 g Ag	1,61 "	12,3
	mit Zn bespritzt	7,8 "	0,38 g	20 g Zn, — g Ag	128 g Ag	1,57 "	12,2
V.	mit Ag bespritzt	8,6 "	0,35 g	7 g Zn, 49 g Ag	41 g Zn, 285 g Ag	1,55 "	11,9

veränderte sich das Vakuum unter gleichen Verhältnissen beim Erhitzen des mit Zink bespritzten Bleches (IV) von 0,05 bis auf 30 mm; d. h. es wurden 400 ccm/qm, also die 50fache Menge abgegeben. Im übrigen lieferten diese Versuche diesbezüglich kaum ein anderes Resultat wie früher. Die Natur der gespritzten Oberfläche scheint fast belanglos zu sein. Die abgegebenen Gase bestanden aus Wasserstoff und Luft, wozu beim Erwärmen noch Kohlenoxyd hinzutrat. Luft und Wasserstoff scheinen beim Herstellen der Auflage mechanisch in der Oberfläche festgehalten zu werden.

Ein größeres Interesse hat die Frage, ob die Entgasung durch Erhitzen möglich ist. Zunächst zeigte sich, daß ein Erhitzen bis auf 200—250° nicht genügt. Daher wurde bei gleichzeitigem Pumpen die Temperatur bis 400° erhöht. Der Versuch wurde nicht eher abgebrochen, als auch bei diesen Temperaturen das Spektralrohr Kathodenstrahlung anzeigen. Diese Versuche zeigten deutlich den Einfluß der Vorgeschichte der Bleche. Ein wesentlicher Einfluß der galvanisch versilberten Oberfläche konnte hingegen nicht festgestellt werden. Wiewohl also eine absolute Konstanz des Vakuums nicht erreicht werden konnte, war doch der fördernde Einfluß der Temperatur sehr deutlich, wie ja vorauszusehen war. Verglichen mit den nichtgespritzten, ließen die gespritzten Bleche nicht in derselben Weise einen niedrigen Druck erreichen. Immerhin war es möglich, auch hier ein einigermaßen konstant bleibendes Vakuum herzustellen. So wurde mit dem verzinkten Blech ein Druck von 0,010 mm erreicht, der in 14 Tagen nur um 0,001 stieg. Das entspricht einer Abgabe von etwa 0,013 ccm/qm, also einer täglichen Abgabe von 0,001 cm<sup>3</sup>/qm. Das mit Silber gespritzte Blech lieferte schließlich einen Druck von 0,009 mm. Vergleichsweise betrug die Abgabe des parallel untersuchten blanken Eisenbleches pro Tag 0,0005 cm<sup>3</sup>.

Bedenkt man, daß die Entgasung gespritzter Oberflächen, ganz abgesehen von dem größeren (ungefähr dreifachen) Materialverbrauch und ganz abgesehen davon, daß eine spiegelglänzende Oberfläche nicht erreicht ist, außerordentlich viel zeitraubender und schwieriger ist, als die der galvanisch hergestellten, wie dies Versuche gezeigt haben, so ist es klar, daß für die Herstellung von Vakuumgefäßen nur die galvanische Versilberung in Frage kommt. Aber auch hier ist es unum-

gänglich notwendig, durch andauerndes Erhitzen die Wände von den absorbierten Gasen zu befreien. Man wird dabei mit der Temperatur nicht allzu hoch gehen dürfen; bei höheren Temperaturen tritt nämlich eine Umkristallisation ein, durch die das Gefüge der Feinbleche zerstört, die Oberfläche, welche Gase abgibt, vergrößert und die Wärmestrahlung erhöht wird.

#### **Ergebnisse.**

Die vorliegenden Untersuchungen zeigen, daß es möglich ist, selbst mit Eisengefäßen das zur Aufbewahrung von verflüssigten Gasen erforderliche hohe Vakuum herzustellen, wenn man nur dafür sorgt, daß die Lötstellen mit größter Sorgfalt, am besten mit Silberlot (Lilienfeld) ausgeführt werden, und die Gefäße vor Benutzung längere Zeit unter Auspumpen auf eine Temperatur von etwa 300° C. gebracht werden.

Die Wärmeisolation der Zuführung kann bei kleinen Gefäßen nach Vorgang von Lilienfeld durch Zwischenschaltung eines Glasrohres erreicht werden, das durch Platinring an das Metall beiderseits angeschlossen ist. Für größere Gefäße hat man nach Vorschlag von Lilienfeld ausreichend lange Rohre, gegebenenfalls Schlangen von schlechtleitendem Metall einzuschalten.

Ein zweites wichtiges Ergebnis der Untersuchung ist aber, daß mit unüberzogenen Metallgefäßen aus Eisen und Nickel aus dem Grunde noch kein gutes Ergebnis erzielt werden kann, weil die Wärmestrahlung dieser Metalle viel zu groß ist. Es ist daher ein möglichst wenig strahlender Überzug herzustellen, der am besten aus Silber gewählt wird und zwar darf der Überzug nicht durch Spritzverfahren hergestellt werden, weil das aufgespritzte Metall erstens außerordentlich viel Gase adsorbiert und zweitens nicht genügend blank hergestellt werden kann. Man muß daher unbedingt auf galvanische Versilberung Bedacht nehmen. Ob eine Verzinnung genügt, konnte nicht geprüft werden, da während des Krieges kein Zinn erhältlich war.

Der Überzug leidet durch zu große Erhitzung Schaden. Man darf daher die Entgasung nur bei mäßigen Temperaturen bis etwa 300° C. vornehmen. Die Dauer der Erhitzung und des Auspumpens hat dementsprechend eine längere Zeit vor sich zu gehen.

Der Verlust durch Strahlung und durch Wärmeleitung im äußersten Vakuum kann nach Vorschlag von O. Wiener durch Zwischenschaltung einer gut isolierten beiderseits versilberten Wand auf die Hälfte herabgesetzt werden.

Auf diese Art wurde das günstigste Ergebnis mit einem versilberten Eisengefäß von 2 Liter Inhalt erzielt, mit einem täglichen Verlust von 0,6 kg flüssiger Luft. Unter der Annahme, daß der Verlust mit zunehmendem Volumen  $v$  im Verhältnis von  $v^{1/4}$  anwächst, berechnet sich daraus für ein entsprechendes Gefäß von 1000 Litern Inhalt ein Verlust von 38 kg täglich, d. h. rund 4%.

Die folgende Tabelle enthält für die wichtigsten der untersuchten Gefäße mit den jeweils besten Ergebnissen eine Zusammenstellung des spezifischen Abdampfverlustes, d. h. das Verhältnis des Abdampfverlustes  $A$  in kg/Tag zur Oberfläche des innersten Gefäßes in  $\text{dm}^2$ . Die Oberfläche des Gefäßes wurde, wo nicht die Maße genau bekannt waren, aus dem angegebenen Inhalt unter Aufschlag von 4 v. H. berechnet.

	Besprochen auf Seite	Inhalt in Litem	Abdampfungs- verlust in kg/Tag	Angenommene Oberfläche in $\text{dm}^2$	Spezifischer Abdampfungs- verlust $\frac{A}{O} \left( \frac{\text{kg}}{\text{Tag dm}^2} \right)$
Versilbertes Glasgefäß von Burger im Laboratorium extrem ausgepumpt . . .	12	2	0,185	8,0	0,023
Versilbertes Glasgefäß von Burger geliefert . . .	5	5	0,361	14,7	0,025
Gefäße von Ahrendt . . .	{ 14	5	1,095	14,7	0,075
	14	15	1,026	30,6	0,034
	14	25	1,258	43,0	0,029
Nickelgefäß von Lilienfeld	15	1	0,775	5,0	0,16
Eisengefäße unversilbert	{ 22	10,3	10,6	22,9	0,46
	22	2	4,8	8,0	0,60
Eisengefäß galvanisch ver- silbert, doppelwandig . . .	23	2	1,6	8,0	0,20
Dreiwandig . . . . .	23	2	0,6	8,0	0,075

Leipzig, Physik. Institut der Universität, August 1919.

(Eingegangen 6. August 1919.)

**2. Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante  
des Wassers, Äthylalkohols, Methylalkohols  
und Acetons vom Druck;**  
**von G. Falckenberg.**

(Rostocker Habilitationsschrift.)

In vorliegender Arbeit wird der Druckkoeffizient der Dielektrizitätskonstante von Wasser, Äthylalkohol, Methylalkohol und Aceton untersucht. Den Zuwachs der Dielektrizitätskonstanten durch Drucksteigerung bezeichne ich im folgenden mit  $\Delta \epsilon$ . Eine Untersuchung von  $\Delta \epsilon$  für Wasser und die beiden Alkohole ist deswegen von besonderem Interesse, weil für diese drei Flüssigkeiten genaue Messungen über ihre Kompressibilität vorliegen und infolgedessen die Beziehung von  $\Delta \epsilon$  zu der durch Druck bewirkten Änderung der Dichte geprüft werden kann. Die ersten Untersuchungen über Änderung der Dielektrizitätskonstante von Flüssigkeiten durch Drucksteigerung führte Röntgen<sup>1)</sup> aus. Röntgen stellte für Wasser fest, daß  $\epsilon$  bei Drucksteigerung von 1 auf 500 Atmosphären „nicht sicher nachweisbar um 1%“ geändert wurde. Zu ähnlichen Resultaten führten Röntgens Untersuchungen bei Äthylalkohol. Messungen von Ratz<sup>2)</sup> für Wasser ergaben: „Eine Änderung der Dielektrizitätskonstante innerhalb eines Intervalls von 300 Atm. konnte nicht sicher beobachtet werden und liegt jedenfalls unter 1%.“ Ratz untersuchte ferner Äther, Benzol, Anilin und Amylalkohol. Röntgen und Ratz benutzten zu ihren Messungen die bekannte Nernstsche Brückenanordnung, welche für diese Messungen nicht empfindlich genug ist. Ortvay<sup>3)</sup> untersuchte mit einer durch Differentialschaltung verbesserten Nernstschen Anordnung  $\Delta \epsilon$  von Äthyläther, Benzol, Xylool, Toluol, Schwefelkohlenstoff, Chloroform, Paraffin liqu., Petrol-

1) W. C. Röntgen, Ann. d. Phys. 52, S. 599. 1894.

2) F. Ratz, Zeitschr. f. physik. Chemie 19, S. 111. 1896.

3) R. Ortvay, Ann. d. Phys. 36, S. 1. 1911.

äther und Rizinusöl. Auf diese Arbeit komme ich noch weiter unten zurück. Für Messungen von  $\lambda/e$  an Wasser, Äthylalkohol und Methylalkohol würde auch die von Ort vay benutzte Differentialanordnung zu ungenaue Resultate liefern, weil das Leitvermögen dieser Flüssigkeiten zu groß ist. Es mußten daher andere Wege beschritten werden. Ich ging aus von der bekannten Drudeschen Anordnung für Dielektrizitätskonstanten-Messungen mittels stehender Wellen von hoher Frequenz, bei welcher sich die zu untersuchende Flüssigkeit in einem kleinen Kondensatorfläschchen befindet. Diese Anordnung verbesserte ich durch Verwendung von elektromagnetischen Schwingungen sehr kleinen Dämpfungsdekmements, wie sie der von Rukop<sup>1)</sup> konstruierte Sender liefert; d. h. ich kombinierte aus dem Drudeschen und Rukopschen Apparat eine zur Durchführung der vorgenommenen Messungen geeignete Versuchsanordnung.

#### versuchsanordnung.

Zur Erzeugung elektromagnetischer Wellen von 5 m Wellenlänge benutzte ich den vortrefflichen, von Rukop konstruierten Sender (in Fig. 1 in  $1/6$  natürlicher Größe abgebildet), welchen Rukop in seiner Arbeit über „Messungen im elektromagnetischen Spektrum des Wassers“<sup>1)</sup> beschreibt. Dieser Sender gestattet, die Wellenlänge seiner Eigenschwingung in weiten Grenzen kontinuierlich zu ändern. Die Änderung der Wellenlänge geschieht durch Verlängern oder Verkürzen der Schenkel des Senders (Antennen) mit Hilfe einer Mikrometerschraube. Fig. 1 stellt Sender und Empfänger dar. Der mit dem Sender lose gekoppelte Empfänger, welcher wie der Sender als  $\lambda/4$  schwingt, besteht aus einem mit der zu messenden Flüssigkeit gefüllten Kondensatorfläschchen in einem Druckgefäß, welches in Fig. 1 in  $1/6$  natürlicher Größe abgebildet ist, und zwei parallelen, ineinander verschiebbaren Messingröhren, die bei A kurzgeschlossen sind. Das aus Messing hergestellte Druckgefäß ist mit Glasplattenverschlüssen versehen. Die Glasplatten liegen direkt auf dem Messingrand des Druckgefäßes auf. Ebenso liegen die kleinen Platten s direkt auf dem durchbohrten Glase auf. Die Ab-

1) H. Rukop, Ann. d. Phys. 42. S. 489. 1913.

dichtung besteht aus einem Rande von Marineleim im Innern des Druckgefäßes. Die Drucksteigerung wurde durch eine Cailletetsche Druckpumpe erzeugt. Zirka 2 cm vom Ende der Messingröhren bei A ist als Wellenindikator ein Thermokreuzelement eingeschaltet. Es wurde mit einem Kugel-Panzergalvanometer von Du Bois-Rubens verbunden. Werden Schwingungen im Sender erzeugt, so wird das Thermoelement Maximalausschläge am Galvanometer hervorrufen, wenn Sender und Empfänger in Resonanz sind. Wird im Empfänger die Resonanz gestört durch Vergrößerung der Fläschenkapazität bei Drucksteigerung, so müssen ent-

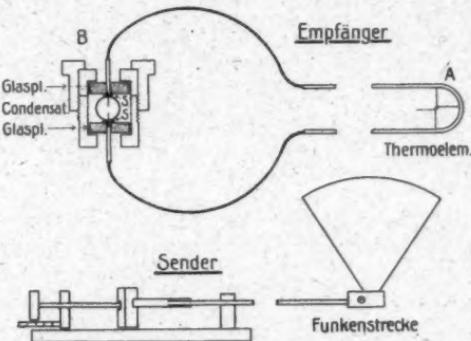


Fig. 1.

weder die Messingrohre am Empfänger verkürzt oder die Antennen des Senders verlängert werden, um die Resonanzlage wieder herzustellen. Die Resonanzlage wurde folgendermaßen bestimmt. Die Länge der Schenkel am Sender wurde mit Hilfe einer Mikrometerschraube verändert. Die beobachteten ballistischen Ausschläge des Galvanometers wurden als Ordinaten, die Länge der Schenkel als Abszissen aufgetragen. Die so erhaltene Resonanzkurve gestattet den Resonanzpunkt bis auf  $\frac{1}{10}$  mm genau zu bestimmen (vgl. Fig. 2). Aus der Verschiebung der Resonanzlage bei Drucksteigerung kann durch Beschicken des kleinen Kondensators mit Eichflüssigkeiten bekannter Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  die Änderung der Dielektrizitätskonstanten von Flüssigkeiten durch Drucksteigerung berechnet werden, wie später eingehend beschrieben wird. Die Kapazität B, Fig. 1, setzt sich in der

Hauptsache aus zwei Größen zusammen, der Kapazität des Fläschchens und der Kapazität des Druckgefäßes. Das Druckgefäß wurde möglichst klein gewählt, denn je kleiner die Kapazität des Druckgefäßes ist, um so größer kann bei gleicher Eigenschwingungsdauer des Systems die Fläschchenkapazität gewählt werden und um so größer ist die Änderung der Kapazität durch Drucksteigerung und damit die Genauigkeit der Messung. Die Glasplatten sprangen bei etwa 250 Atm. Das Druckgefäß und die Cailletetsche Pumpe wurde mit Paraffinöl gefüllt, weil dasselbe eine keine Dielektrizitätskonstante hat, deren Änderung mit dem Druck bekannt ist.

#### Messungen.

##### I. Wasser.

Das Kondensatorfläschchen wurde mehrmals mit doppelt destilliertem Wasser ausgespült und nach Füllung in das Druckgefäß eingefügt. Nach dem Zusammensetzen des Empfangsapparates wurde Öl in das Druckgefäß gepumpt. Die Luft entwich durch ein im oberen Teil des Druckgefäßes befindliches Loch, welches erst verschlossen wurde, nachdem sich an dem heraustretenden Öl längere Zeit keine Luftblasen mehr zeigten. Dann wurde das Gefäß zirka 10 Minuten lang unter 200 Atm. Druck gesetzt. Unter einem Druck von 7 Atm. wurde dann das Druckgefäß 2—3 Stunden gelassen, bevor die Messungen begannen. Für mögliche Konstanz der Zimmertemperatur innerhalb dieser Zeit wurde gesorgt. Mit Hilfe eines im Innern des Druckgefäßes befindlichen Thermoelements wurde festgestellt, daß in 20 Minuten die Kompressionswärme auf einen Betrag zurückging, deren Einfluß bereits innerhalb der Versuchsfehler der übrigen Messungen lag. Während der Aufnahme der Resonanzkurven befand sich kein Thermoelement zur Temperaturmessung im Druckgefäß, um Kapazitätsstörungen durch dasselbe zu vermeiden. Auf Konstanthaltung der Temperatur mußte deshalb die größte Sorgfalt verwandt werden, da bereits  $2^{\circ}$  Temperaturerhöhung die Kapazitätsvermehrung durch Druckerhöhung von 200 Atm. aufgehoben hätten. Die letzte Stunde vor Beginn der Messungen wurde die Zimmertemperatur auf  $16,8 \pm 0,1^{\circ}$  konstant gehalten, bis auf kurze Zeit andauernde Schwankungen, welche durch Öffnen der Tür entstanden. Der Anfangsdruck

von 7 Atm. wurde benutzt, weil bei kleinerem Überdruck die Gefahr bestanden hätte, daß die Glasplatten des Druckgefäßes nicht dicht auf dem Rand des Druckgefäßes aufliegen würden und bei weiterer Drucksteigerung sich eventuell verschieben könnten. Zuerst wurde die Resonanzkurve I, Fig. 2, bei 7 Atm. Druck aufgenommen, durch Veränderung der Länge der Antennen, wie schon oben beschrieben. Sofort nach dieser Messung wurde der Druck auf 200 Atm. erhöht

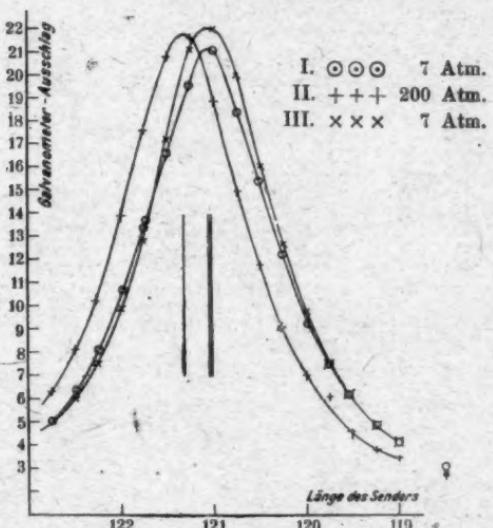


Fig. 2.

und 30—45 Minuten gewartet bis zum Beginn der zweiten Messung. Nach der Aufnahme der II. Resonanzkurve (Fig. 2) bei 200 Atm. wurde wieder sofort der Druck auf 7 Atm. reduziert und abermals 30 Minuten gewartet bis zum Beginn der Aufnahme der III. Resonanzkurve bei 7 Atm. Druck.

Die I. und III. Resonanzkurve deckten sich auch bei anderen Füllungen nie völlig miteinander. Kleine Temperaturänderungen, Schwankungen der Senderenergie, sowie Leitfähigkeitsänderung des Wassers, die nicht zu verhindern waren, werden wohl die Differenzen verursachen.

Der Druck konnte durch geeignete Belastung des Pumpen-

hebels auf  $\pm 1$  Atm. konstant gehalten werden. So wurden mehrere Messungen mit verschiedenen Füllungen gemacht.

Mit Einstellung  $l_s$  des Senders werde ich im folgenden die Länge der Schenkel des Senders im Resonanzpunkt, mit Einstellung  $l_e$  des Empfängers die Länge des Empfängers von der Glasdurchbohrung bis zum Ende bei  $A$  ebenfalls im Resonanzpunkt bezeichnen.

Der Resonanzpunkt verschob sich bei drei Gruppen von Messungen, wenn man die Differenz nimmt zwischen den Einstellungen des Senders bei 200 Atm. und dem Mittel der vor und nach dieser Messung mit 7 Atm. am Sender gefundenen Einstellungen, im Mittel um 3,05 mm wie aus folgender Tabelle ersichtlich ist.

Tabelle 1.

Gruppe	Mikrometer-Einst. des Senders in mm bei			Mittlere Differenz der Einstellungen
	7 Atm. vor erhöhtem Druck	200 Atm.	7 Atm. nach erhöhtem Druck	
1	42,9 <sub>2</sub>	46,0 <sub>6</sub>	49,5 <sub>0</sub>	2,8 <sub>8</sub>
2	50,4 <sub>4</sub>	53,2 <sub>6</sub>	50,2 <sub>0</sub>	2,9 <sub>1</sub>
3	51,2 <sub>1</sub>	54,7 <sub>6</sub>	51,5 <sub>1</sub>	3,4 <sub>0</sub>
Mittelwert				3,0 <sub>5</sub> $\pm$ 0,28

Dieser Mittelwert von 3,0<sub>5</sub> wurde der Berechnung zugrunde gelegt. Durch Messungen ergab sich bei der benutzten Einstellung, daß eine Verlängerung des Senders um 40,0 mm eine Verlängerung des Empfängers von 38,2 mm entsprach. Dem Mittelwert der Verschiebung des Resonanzpunktes am Sender von 3,0<sub>5</sub> mm entspricht daher einer Verkürzung der Einstellung  $l_e$  von 2,9<sub>1</sub> mm.

#### Eichung des Kölbechens mit Gemischen von Aceton und Wasser.

Um die Änderung der Dielektrizitätskonstante =  $\Delta \epsilon$  des Wassers durch Drucksteigerung berechnen zu können, wurde das Kölbechen mit verschiedenen Mischungen von Aceton und Wasser beschickt. Es wurde mit 6, 12 $\frac{1}{2}$  und 25 g Aceton in 100 g Mischung gearbeitet. Die Werte der betreffenden Dielektrizitätskonstante wurden aus einer Arbeit von Drude<sup>1)</sup> entnommen. Die Einstellung  $l_e$  wurde diesmal durch Änderung

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 61. S. 496. 1897.

der Röhrenlänge des Empfängers aufgenommen. Als Abszissen wurden die Längen des Empfangssystems eingetragen, als Ordinaten, wie früher, die ballistischen Ausschläge des Galvanometers. Die Werte der Dielektrizitätskonstante wurden dann in Fig. 3 als Abszissen, die gefundenen Werte der Einstellungen als Ordinaten aufgetragen.

$\Delta \epsilon$  wurde aus der so erhaltenen Kurve auf zweierlei Art berechnet:

1. Es wurde angenommen, daß zwischen den Punkten 4 und 5 und 1 und 2, Fig. 3, die Kurve als Gerade betrachtet

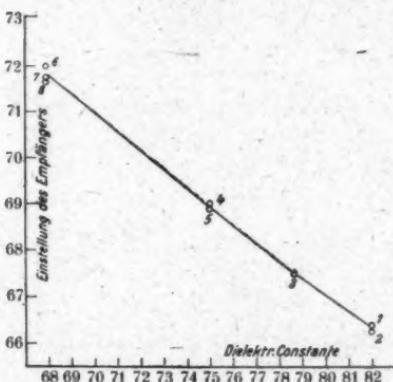


Fig. 3.

werden kann. Der Mittelwert von 4 und 5 wurde der Rechnung zugrunde gelegt.

2. Die Mittelwerte von 6 und 7 und 1 und 2 wurden benutzt und  $\Delta \epsilon$  mit Hilfe einer von Drude aufgestellten Formel berechnet. Trägt man nach Drude die Werte von  $\cot 2\pi \frac{l}{\lambda}$ , wo  $l$  die Einstellung,  $\lambda$  die Wellenlänge bedeutet, als Ordinaten, die zugehörigen Dielektrizitätskonstanten der im Kölbchen befindlichen Mischungen als Abszissen auf, so ist die so erhaltene Kurve nahezu eine gerade Linie.

Ich lege den von Drude angegebenen Wert der Dielektrizitätskonstante des Wassers zugrunde. Auf einen kleinen Fehler des absoluten Wertes kommt es hier nicht an. Nach Drude ist  $\epsilon$  für 1 Atm. und  $16,3^\circ = 81,99$ .

Nach 1 berechnet ist

$$\Delta \epsilon = 0,76_4 \text{ für } 198 \text{ Atm. Druckdifferenz.}$$

Nach 2 berechnet ist

$$\Delta \epsilon = 0,775 .$$

#### Paraffinölkorrektion.

Der für  $\Delta \epsilon$  ermittelte Wert bedarf der Korrektur, weil die Dielektrizitätskonstante des Paraffinöls mit zunehmendem Druck ebenfalls größer geworden ist. Zur Berechnung der Korrektion wurde das Druckgefäß parallel geschaltet zu einem variablen, geeichten Meßkondensator, welcher sich in einem der beiden Zweige einer Differentialanordnung<sup>1)</sup> befand. Diese Anordnung gestattet, mit ungedämpften Wellen von 800 m Wellenlänge genaue Kapazitätsmessungen auszuführen. Das Fläschchen wurde zur Bestimmung seiner Kapazität mit Aceton gefüllt, weil Aceton ein kleines Leitvermögen hat.

Unter der Annahme, daß die Paraffinölkapazität des Druckgefäßes als parallel geschaltet zur Fläschchenkapazität angesehen werden kann, beträgt die Gesamtkapazität  $C$  des inneren Druckgefäßes:

$$(1) \quad \epsilon_1 c_1 + \epsilon_2 c_2 = C ,$$

wo

$\epsilon_1$  = Dielektrizitätskonstante des Acetons für  $16,1^\circ = 20,8$ .

$c_1$  = Kapazität des luftgefüllten Fläschchens.

$\epsilon_2$  = Dielektrizitätskonstante des Paraffinöls für  $16,1^\circ = 2,2$ .

$c_2$  = Kapazität des Teiles des Druckgefäßes, welcher bei obigen Druckmessungen mit Paraffinöl gefüllt war für Luftfüllung.

Bedeutet  $p$  den Druck, unter dem das Aceton und Paraffinöl steht, so beträgt die durch Druckänderung  $\Delta p$  bedingte Änderung der mit Aceton gefüllten Fläschchenkapazität  $= \frac{\partial \epsilon_1}{\partial p} c_1 \Delta p$ , der Paraffinölkapazität  $= \frac{\partial \epsilon_2}{\partial p} c_2 \Delta p$ .

Durch die Druckerhöhung  $\Delta p$  wächst die Gesamtkapazität  $C$  [Gleichung (1)] um den Betrag  $\Delta C$ . Es ist also:

$$(2) \quad \Delta C = \left( \frac{\partial \epsilon_1}{\partial p} c_1 + \frac{\partial \epsilon_2}{\partial p} c_2 \right) \Delta p .$$

Die Gesamtänderung durch den Druck wurde gemessen

1) Vgl. nachstehende Abhandlung: G. Falckenberg, Eine Differentialschaltung zur Messung von Kapazitäten usw.

durch die Vergleichung mit den Fläschchenkapazitäten bei der Eichung mit Aceton-Wasser-Gemischen beim konstanten Druck von 1 Atm. Beim Eichen des Fläschchens mit Aceton-Wasser-Gemischen wurde also dieselbe Änderung  $\Delta C$  durch Änderung der Dielektrizitätskonstante der Fläschchenfüllung um  $\Delta \epsilon$  erzeugt. Folglich

$$(8) \quad \Delta C = c_1 \cdot \Delta \epsilon.$$

Gleichung (2) und (3) ergeben, wenn  $\Delta \epsilon / \Delta p = A$  gesetzt wird:

$$\frac{\partial \epsilon_1}{\partial p} = A - \frac{\partial \epsilon_2}{\partial p} \cdot \frac{c_2}{c_1},$$

wo

$$\frac{\partial \epsilon_2}{\partial p} \cdot \frac{c_2}{c_1}$$

das Korrektionsglied ist.

Durch Messungen mit Hilfe der Differentialschaltung wurde festgestellt, daß sich die Kapazität des nur mit Luft gefüllten Druckgefäßes (also ohne Fläschchen) =  $K$  durch

Hineinbringen des mit Aceton gefüllten Fläschchens um 0,97 cm

" " " Luft " " " 0,085 "

Hineingießen von Paraffinöl in das innere Druckgefäß

falls Fläschchen mit Aceton gefüllt war, um 0,162 cm

" " " Luft " " " 0,131 "

steigerte.

$$C_a = \epsilon_1 c_1 + c_2 = K + 0,97 \text{ cm}$$

$$C_b = \epsilon_1 c_1 + \epsilon_2 c_2 = K + 0,97 \text{ cm} + 0,162 \text{ cm} = K + 1,132 \text{ cm}$$

$$C_c = c_1 + c_2 = K + 0,085 \text{ cm}$$

$$C_d = c_1 + \epsilon_2 c_2 = K + 0,085 \text{ cm} + 0,131 \text{ cm} = K + 0,216 \text{ cm}.$$

$$\text{Aus } C_b - C_a = c_2 (\epsilon_2 - 1) \text{ folgt: } c_2 = \frac{0,162}{1,2} = 0,131 \text{ cm}$$

$$\text{, } C_d - C_c = c_2 (\epsilon_2 - 1) \text{, } c_2 = \frac{0,131}{1,2} = 0,109 \text{ cm}$$

$$\text{, } C_a - C_c = c_1 (\epsilon_1 - 1) \text{, } c_1 = \frac{0,085}{1,2} = 0,045 \text{ cm}$$

$$\text{, } C_b - C_d = c_1 (\epsilon_1 - 1) \text{, } c_1 = \frac{0,916}{1,2} = 0,046 \text{ cm}.$$

Die Differenz der beiden Werte von  $c_2$  zeigt, daß obige Annahme, wir könnten die Paraffinölkapazität als parallel zur Fläschchenkapazität geschaltet ansehen, genau der Wirklichkeit nicht entspricht. Es treten Kraftlinien aus der

Fläschchenkapazität in das Paraffinöl und umgekehrt. Der Fehler, der bei Bestimmung des Korrektionsgliedes unter obiger Annahme gemacht wird, liegt aber, da es sich um Korrektionsglieder handelt, innerhalb der Beobachtungsfehler bei der Bestimmung von  $\Delta \epsilon$ . Es können daher Mittelwerte von  $c_1$  und  $c_2$  zur Bestimmung des Korrektionsgliedes mit hinreichender Genauigkeit benutzt werden.

$\frac{\partial \epsilon_2}{\partial p}$  beträgt nach Ortvay<sup>1)</sup> für den Bereich von 7—200 Atm. = 0,00010<sub>4</sub>.

Das Korrektionsglied

$$\frac{\partial \epsilon_2}{\partial p} \cdot \frac{c_2}{c_1} = \frac{0,00010_4 \cdot 0,12_3}{0,045_8} = 0,00028.$$

Nun war  $A = \partial \epsilon / \partial p$  unkorrigiert für Wasser von 16,8° zwischen 7 und 200 Atm.

$$A = 0,0040_2$$

$$\text{Korrektionsglied} = 0,00028,$$

$$\text{also ist } \frac{\partial \epsilon}{\partial p} \text{ für Wasser korrigiert} = 0,0037_4.$$

Die Korrektion beträgt also 7%.

Folglich beträgt der nach der Drudeschen cotg-Formel berechnete Wert  $\Delta \epsilon = 0,77_5$ , welchen ich für den genaueren halte, korrigiert:  $\Delta \epsilon$  korrigiert = 0,72<sub>2</sub><sup>2)</sup> für 193 Atm. Druckdifferenz bei 16,8°.

Unter der Annahme, daß die Dielektrizitätskonstante von Wasser sich nahezu proportional mit der Dichte ändert (die Annahme bestätigt sich später), kann aus dem Drudeschen Wert der Dielektrizitätskonstante von Wasser für 1 Atm. die Dielektrizitätskonstante für 7 Atm. berechnet werden.

Es beträgt:  $\epsilon_{16,8^\circ, 7 \text{ Atm.}} = 82,0_1$ .

Obgleich die beschriebene Anordnung gestattet, Änderungen der Kapazität auf einige Prozent genau zu messen, so halte ich  $\Delta \epsilon$  nur auf die erste Dezimale für sichergestellt, da infolge der Kompression das Volumen des Fläschchens sich ändert und kleine Deformationen am Druckgefäß eingetreten sein können. Durch Drucksteigerung von 7 auf 200 Atm.

1) R. Ortvay, Ann. d. Phys. **36**, S. 21. 1911.

2) In meiner vorläufigen Mitteilung über Änderung der Dielektrizitätskonstante des Wassers durch Drucksteigerung in den Sitzungsber. u. Abhandl. d. naturf. Ges. Rostock, Bd. IV, 1914, ist die Paraffinölkorrektion mit einem Fehler behaftet. Es fehlte mir damals eine Einrichtung zur Messung kleiner Kapazitätsänderungen.

bei  $16,8^{\circ}$  hat  $\epsilon$  eine Zunahme von  $0,8\%$  erfahren, und es beträgt im Mittel zwischen 7—200 Atm. für Wasser:  $\Delta \epsilon = 0,004\%$  pro 1 Atm. Drucksteigerung bei  $16,8^{\circ}$  und einer Wellenlänge von 5 m.

## II. Äthylalkohol.

Zu den Messungen wurde 99,8% Äthylalkohol von Kahlbaum benutzt. Die Messungen wurden mit denselben Vorsichtsmaßregeln wie bei Wasser durchgeführt. Für Äthylalkoholfüllung erwies sich ein Verschluß des Fläschchens nötig, da ohne diesen Verschluß sich die Dielektrizitätskonstante der Füllung durch Auflösen des Paraffinöls in Alkohol änderte. Der Verschluß bestand aus einer angekitteten U-förmig gebogenen Glaskapillare, in welcher sich ein Quecksilberfaden befand. Die Kapillare gab keine nachweisbare Änderung der gesamten Kapazität. Mit zwei verschiedenen Füllungen wurden wie beim Wasser Resonanzkurven bei 15 und 200 Atm. ausgeführt. Die Verschiebung des Resonanzpunktes am Sender durch Drucksteigerung betrug im Mittel 2,1<sub>6</sub> mm wie Tab. 2 zeigt:

Tabelle 2.

Gruppe	Mikrometer-Einst. des Senders in mm bei			Mittlere Differenz der Einstellungen
	7 Atm. vor erhöhtem Druck	200 Atm.	15 Atm. nach erhöhtem Druck	
1	38,2 <sub>4</sub>	40,4 <sub>3</sub>	38,5 <sub>0</sub>	2,0 <sub>4</sub>
2	39,7 <sub>6</sub>	42,1 <sub>7</sub>	40,0 <sub>2</sub>	2,2 <sub>8</sub>

Im Mittel 2,1<sub>6</sub>  $\pm$  0,07

Die Messungen sind ungenauer als wie beim Wasser, weil das Dämpfungsdecrement beträchtlich größer als beim Wasser war. Obiger Senderverlängerung von 2,16 mm entspricht eine Empfängerverlängerung von 2,20 mm. Die Eichung des Fläschchens mit Aceton-Wassergemischen mußte erneuert werden, weil der Sender nach den Messungen mit Wasserfüllung zwecks Reinigung der Funkenstrecke auseinander genommen war. Die zur Berechnung benutzten Werte  $l_1$ ,  $l_2$  und  $l_3$  sind in der folgenden Tabelle 3 enthalten.

Nach der cotg-Formel beträgt  $\Delta \epsilon$  unkorrigiert = 0,48 und nach Anbringung der für Äthylalkoholfüllung wie oben

Tabelle 3.

Flüssigkeit	Temperatur	Druck in Atm.	$l_0$	$\epsilon$
100 Proz. Aceton . .	19,5	1	$l_1 = 91,8_7$	$26,4_0$
89,9 " . .	19,5	1	$l_2 = 98,2_5$	$26,1_2$
Äthylalkohol . . . .	20,0	15	$l_3 = 90,2_5$	—

bei Wasserfüllung berechneten Paraffinölkorrektion  $\Delta \epsilon$  korrigiert = 0,43.

Die Dielektrizitätskonstante von Äthylalkohol beträgt nach der cotg-Formel aus Einstellung  $l_3$  berechnet:

$$\epsilon_{20^\circ, 15 \text{ Atm.}} = 23,9_0.$$

Durch Drucksteigerung von 15 auf 200 Atm. bei 20,0° hat  $\epsilon$  eine Zunahme von 1,8% erfahren. Es beträgt  $\Delta \epsilon = 0,009$ , pro 1 Atm. Druckdifferenz für 20,0° im Mittel zwischen 15 und 200 Atm.

### III. Methylalkohol.

Zu den Messungen wurde bester Methylalkohol von Kahlbaum benutzt. Die Messungen mit vier verschiedenen Füllungen wurden unter denselben Vorsichtsmaßregeln wie oben ausgeführt. Die Einstellungen für 15 Atm. vor und nach erhöhtem Druck zeigten nichtmeßbare Unterschiede. Es wurden daher die Galvanometerausschläge und die betreffenden Einstellungen *beider* Messungsreihen zur Zeichnung *einer* Resonanzkurve benutzt. Die Änderung der Einstellung  $l_s$  am Sender durch Drucksteigerung von 15 auf 200 Atm. bei 18,0° betrug:

Tabelle 4.

Gruppe I . . . .	3,1 <sub>2</sub> mm
„ II . . . .	3,1 <sub>3</sub> „
„ III . . . .	3,0 <sub>5</sub> „
„ IV . . . .	3,0 <sub>5</sub> „
<u>Mittelwert 3,0<sub>9</sub> mm <math>\pm 0,04</math></u>	

3,09 mm Verlängerung des Senders entsprechen 2,95 mm am Empfänger. Die Mittelwerte von Einstellungen des Empfängers für verschiedene Eichflüssigkeiten enthält untenstehende Tab. 5. Die Mittelwerte dieser Tabelle und der Eichtabellen für Äthylalkohol und Aceton sind zur Zeichnung

einer Kurve Fig. 4 benutzt, welche die Abhängigkeit der Einstellung des Empfängers von der Dielektrizitätskonstante der Fläschchenfüllung zeigt.

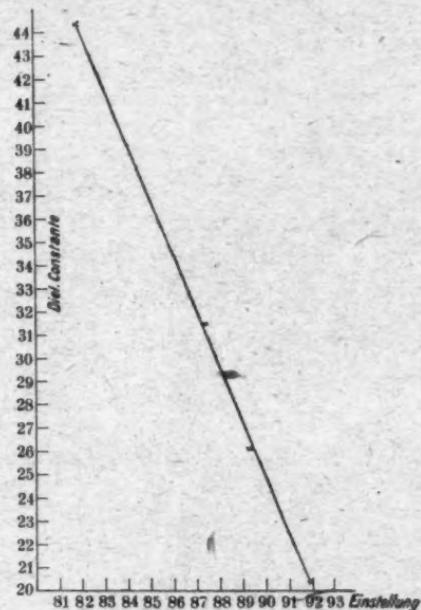


Fig. 4.

Tabelle 5.

Flüssigkeit	Temperatur	Druck in Atm.	$l_e$	$\epsilon$
Methylalkohol . . . . .	18,0	15	$l_4 = 86,6$	—
80,2 Proz. Aceton . . . . .	18,0	1	$l_5 = 87,4$	81,5
60,0 " " . . . . .	18,0	1	$l_6 = 81,8$	44,4

Nach der cotg-Formel beträgt  $\Delta \epsilon$  unkorrigiert = 0,67, und nach Anbringung der für Methylalkoholfüllung wie vorstehend berechneten Paraffinölkorrektion

$$\Delta \epsilon = 0,62_0.$$

Der aus der Kurve Fig. 4 entnommene Wert der Dielektrizitätskonstante für Methylalkohol beträgt:

$$\epsilon_{18,0^\circ, 15 \text{ Atm.}} = 38_0.$$

Durch Drucksteigerung von 15 auf 200 Atm. hat  $\epsilon$  eine Zunahme von 1,8% erfahren. Es beträgt:

$$\Delta \epsilon = 0,010_2$$

pro 1 Atm. Druckdifferenz für 18,0° im Mittel zwischen 15 und 200 Atm.

#### IV. Aceton.

Zu den Messungen wurde Aceton von Kahlbaum benutzt. Es wurde unter Beobachtung aller oben erwähnten Vorsichtsmaßregeln Resonanzkurven für 15 und 200 Atm. bei 20,0° aufgenommen. Die Änderung der Einstellung  $l_s$  am Sender durch Drucksteigerung um 185 Atm. betrug im Mittel 2,9%, wie Tab. 6 zeigt.

Tabelle 6.

Gruppe	Mikrometer-Einst. des Senders in mm bei			Mittlere Differenz der Einstellungen
	15 Atm. vor erhöhtem Druck	200 Atm.	15 Atm. nach erhöhtem Druck	
1	40,2 <sub>5</sub>	43,0 <sub>0</sub>	39,7 <sub>5</sub>	3,0 <sub>0</sub>
2	42,1 <sub>4</sub>	44,9 <sub>5</sub>	41,9 <sub>0</sub>	2,0 <sub>5</sub>
Mittelwert 2,9 <sub>0</sub> ± 0,08				<sup>1)</sup>

$\Delta l = 2,98$  mm am Sender entspricht  $\Delta l = 3,03$  mm am Empfänger. Unter der Annahme (die sich später bestätigt), daß bei Drucksteigerung  $\epsilon$   $\frac{4}{3}$  mal schneller wächst als die Dichte, beträgt nach den Drudeschen Werten die Dielektrizitätskonstante von Aceton für 1 Atm.:

$$\epsilon_{20^\circ, 15 \text{ Atm.}} = 20,43.$$

Die zur Berechnung von  $\Delta \epsilon$  benutzten Einstellungen für verschiedene Flüssigkeiten enthält folgende Tab. 7.

Tabelle 7.

Flüssigkeit	Temperatur	Druck in Atm.	$l_s$	$\epsilon$
100 Proz. Aceton ..	20,0	15	$l_t = 91,8_8$	20,4 <sub>3</sub>
89,9 " " ..	19,0	1	$l_s = 89,2_5$	26,1 <sub>2</sub>

1) Die zunehmende Genauigkeit der Messungen erklärt sich durch die während der Messungen gemachten Erfahrungen. Die Messungen an den verschiedenen Flüssigkeiten wurden in der Reihenfolge ange stellt, in der sie beschrieben sind. Die größere Fehlergrenze für Wasser erklärt sich wohl durch ungenügenden Temperaturausgleich.

Nach der  $\text{cotg}$ -Formel beträgt  $\Delta \epsilon$  unkorrigiert = 0,64<sub>4</sub> und nach Anbringung der für Acetonfüllung berechneten Paraffinölkorrektion  $\Delta \epsilon$  korrigiert = 0,59.

Also hat durch die Drucksteigerung von 15 auf 200 Atm. bei 20,0°  $\epsilon$  eine Zunahme von 2,9% erfahren. Es beträgt  $\Delta \epsilon = 0,016\%$  pro 1 Atm. Druckdifferenz bei 20,0° im Mittel zwischen 15 und 200 Atm.

#### Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante der untersuchten Flüssigkeiten von ihrer Dichte.

Die bei den Messungen benutzte Wellenlänge von 5 m kann als praktisch unendlich groß angesehen werden. Es kann daher für  $\infty$  lange Wellen  $n_{\infty} = \sqrt{\epsilon}$  gesetzt werden.

In folgendem soll die Frage erörtert werden, welche der drei vielumstrittenen Refraktionsformeln  $\frac{n - 1}{d} = \text{konst.}$ ,  $\frac{n^2 - 1}{d} = \text{konst.}$  und  $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{d} = \text{konst.}$  für die untersuchten Flüssigkeiten die Abhängigkeit des Brechungsexponenten  $n$  von der Dichte  $d$  bei konstanter Temperatur am besten darstellt. Tab. 9 enthält in Spalte 7 die mit Hilfe der beobachteten Kompressibilitäten berechneten Dichten. Spalte 8 bis 10 die mit Hilfe der obengenannten drei Refraktionsformeln berechneten Dichten.

Die mittleren Kompressibilitäten für 1—7 bzw. 1—15 und 1—200 Atm. wurden aus den von Amagat<sup>1)</sup> und Röntgen<sup>2)</sup> beobachteten Werten für Wasser und Äthylalkohol berechnet, für Methylalkohol und Aceton graphisch interpoliert. Die Fehlergrenze der so berechneten Dichte von Wasser, Äthylalkohol und Methylalkohol liegt innerhalb der Fehlergrenze der beobachteten Druckkoeffizienten der Dielektrizitätskonstanten. Die für Aceton berechnete Dichte dürfte nur auf 20% genau sein, da zur graphischen Interpolation nur die Abhängigkeit der Kompressibilität vom Druck für 0° und die mittlere Kompressibilität für 8,9 bis 36,5 Atm. bei 14,2° bekannt sind. Die zur Berechnung von  $d$  benutzten Kompressibilitäten enthält Tab. 8.

1) Landolt und Börnstein.

2) W. C. Röntgen, Ann. d. Phys. 44, S. 22. 1891.

Tabelle 8.

Druck in Atm.	Mittlere Kompressibilitäten = $10^{-6}$			
	Wasser 16,3°	Äthylalkohol 20,0°	Methylalkohol 18,0°	Aceton 20,0°
1—7	49 <sub>4</sub>	—	—	—
1—15	—	11 <sub>9</sub>	12 <sub>9</sub>	11 <sub>9</sub> ?
1—200	46 <sub>11</sub>	10 <sub>1</sub>	11 <sub>1</sub>	11 <sub>8</sub> ?

Tabelle 9.

Flüssig- keit	Druck in Atm.	$n^3$	$\frac{n^3 - 1}{d}$	$\frac{n - 1}{d}$	$\frac{1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{d}$	$\frac{1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{d}$	d berechnet nach			
							1	2	3	4
Wasser	7	82,0 <sub>1</sub>	81,0 <sub>6</sub>	8,06 <sub>2</sub>	0,965 <sub>1</sub>	0,992 <sub>2</sub>				
	200	82,7 <sub>3</sub>	81,0 <sub>7</sub>	8,03 <sub>0</sub>	0,956 <sub>8</sub>	1,008 <sub>9</sub>	1,008 <sub>1</sub>	1,004 <sub>1</sub>	0,999 <sub>5</sub>	
Methyl- alkohol	15	88,0 <sub>0</sub>	40,2 <sub>7</sub>	5,97 <sub>1</sub>	1,15 <sub>1</sub>	0,794 <sub>6</sub>				
	200	88,6 <sub>2</sub>	40,2 <sub>5</sub>	5,91 <sub>6</sub>	1,12 <sub>9</sub>	0,811 <sub>2</sub>	0,810 <sub>0</sub>	0,803 <sub>6</sub>	0,795 <sub>9</sub>	
Äthyl- alkohol	15	28,9 <sub>0</sub>	28,9 <sub>6</sub>	4,91 <sub>0</sub>	1,11 <sub>8</sub>	0,794 <sub>6</sub>				
	200	24,8 <sub>3</sub>	28,9 <sub>6</sub>	4,88 <sub>1</sub>	1,10 <sub>0</sub>	0,805 <sub>6</sub>	0,805 <sub>6</sub>	0,799 <sub>6</sub>	0,792 <sub>9</sub>	
Aceton	15	20,4 <sub>3</sub>	24,4 <sub>9</sub>	4,43 <sub>7</sub>	1,09 <sub>8</sub>	0,798 <sub>8</sub>				
	200	21,0 <sub>8</sub>	24,7 <sub>3</sub>	4,42 <sub>7</sub>	1,07 <sub>4</sub>	0,809 <sub>7</sub>	0,817 <sub>8</sub> ?	0,807 <sub>9</sub> ?	0,796 <sub>7</sub> ?	

Für Wasser und beide Alkohole kann man nur von einer Konstanz des Ausdrückes  $\frac{n^3 - 1}{d}$  reden. Ebenso zeigt für diese drei Flüssigkeiten die mit Hilfe derselben Refraktionskonstanten für 200 Atm. berechnete Dichte nur kleine, innerhalb der Fehlergrenze der Beobachtungen liegende, Abweichung. Die nach der Lorentz-Lorenzschen Refraktionsformel berechneten Dichten entsprechen am wenigsten der Wirklichkeit. Bereits Röntgen<sup>1)</sup> berechnete nach der Lorentz-Lorenzschen Formel, daß die Dielektrizitätskonstante von Wasser 25 mal stärker beeinflußt werden müßte als die Dichte, wohingegen nach vorliegenden Messungen die Dielektrizitätskonstanten von Wasser und beider Alkohole durch Druck nahezu ebenso stark geändert werden wie die Dichten.

Die Dielektrizitätskonstante von Aceton wird durch Druck stärker beeinflußt als die der drei anderen Flüssigkeiten, doch lassen sich für Aceton sichere Schlüsse vorläufig noch nicht

1) W. C. Röntgen, Ann. d. Phys. 44, S. 51. 1891.

ziehen, da, wie bereits oben angegeben wurde, die Kompressibilität von Aceton für die verwandten Drucke und Temperaturen nicht genau genug bekannt ist.

Zum Vergleich der von mir gefundenen Druckkoeffizienten der Dielektrizitätskonstante gebe ich folgenden Auszug aus der Tab. XIII der Röntgen-Zehnderschen<sup>1)</sup> Arbeit über Beeinflussung des Brechungsexponenten durch Druck für Na-Licht. In der 6. Spalte der Tab. 9 habe ich die Kompressibilität nach Angaben beider Verfasser mit Hilfe des Ausdrucks  $\frac{n^2 - 1}{d} = \text{konst. berechnet.}$

Tabelle 10.

Druck und Berechnungsexponent nach Röntgen.

Flüssigkeit	Temperatur	Kompressibilität $\cdot 10^{-6}$		
		beobachtet	berechnet nach $\frac{n-1}{d} = c$	berechnet nach $\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d} = c$
Wasser . .	17,95	46,2	45,7	41,5
Methylalkohol	17,60	119,5	124,4	118,0
Äthylalkohol	19,30	111,4	116,5	104,6
				52,3
				142
				184

Die nach der Refraktionskonstante  $\frac{n-1}{d}$  berechnete Kompressibilität für Wasser zeigt fast genaue Übereinstimmung mit der beobachteten Kompressibilität. Die nach  $\frac{n^2-1}{d}$  berechneten Kompressibilitäten zeigen für die drei Flüssigkeiten die größte Abweichung von der beobachteten Kompressibilität.

Schließlich gebe ich einen Tabellenauszug der Ort vayschen<sup>2)</sup> Arbeit über „Dielektrizitätskonstante einiger Flüssigkeiten“. Ort vay prüfte nur für Benzol und Äthyläther die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante von der Dichte, weil bei den anderen von ihm untersuchten Flüssigkeiten die Kompressibilitäten nicht genügend bekannt sind.

Spalte 5 und 6 der Tab. 11 enthält die von mir nach Ort vayschen Angaben berechneten Refraktionskonstanten.

1) W. C. Röntgen und Zehnder, Ann. d. Phys. 44. S. 49. 1891.

2) R. Ort vay, Ann. d. Phys. 36. S. 12. 1911.

Tabelle 11.  
Nach Ort vay für  $\lambda = \infty$ .

1 Flüssigkeit	2 Druck in Atm.	3 $s$	4 $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{d}$	5 $\frac{n^2 - 1}{d}$	6 $\frac{n - 1}{d}$
Äthyläther bei 17,4°	1	4,878	0,7379	4,707	1,522
	201	4,557	0,7327	4,805	1,533
	501	4,779	0,7283	4,937	1,549
Benzol bei 20,0°	1	2,285	0,8412	1,462	0,5821
	201	2,311	0,8396	1,464	0,5809
	501	2,845	0,8372	1,465	0,5788

Bei Benzol zeigt die Refraktionskonstante  $\frac{n^2 - 1}{d}$  für 1—500 Atm. gute Übereinstimmung. Äthyläther zeigt im Intervall von 1—500 Atm. für alle drei Refraktionskonstanten beträchtliche Abweichungen.

Die Lorentz-Lorenzsche Formel ist abgeleitet für Körper, deren Moleküle kugelförmig und so weit voneinander entfernt sind, daß man das Feld im Innern der Kugel als homogen ansehen darf. Ich weise nun auf die grundlegende Abhandlung Otto Wieners „Zur Theorie der Refraktionskonstanten“<sup>1)</sup> hin. Wiener stellte den Zusammenhang zwischen Dichte und Dielektrizitätskonstante in der die Allgemeinheit der Fälle umfassenden Form

$$(1) \quad \frac{1}{d} \frac{n^2 - 1}{n^2 + u} = \text{Const.}$$

dar. Wiener nennt  $u$  die Formzahl, weil, wie Wiener und seine Mitarbeiter<sup>2)</sup> experimentell feststellten, die Abweichung der Größe  $u$  von 2 um so größer ist, je mehr die Form der Molekel von der Kugelform abweicht. Berechnen wir  $u$  für die hier untersuchten Flüssigkeiten nach der Gleichung

$$u = \frac{n_1^2 d_1 (n_2^2 - 1) - n_2^2 d_2 (n_1^2 - 1)}{\left[ \frac{n_1^2 - 1}{d_1} = \frac{n_2^2 - 1}{d_2} \right] d_1 d_2},$$

welche aus (1) sich ergibt, wenn man

1) Otto Wiener, Berichte der Leipz. Ges. d. Wissenschaft., Math.-phys. Kl. 61. 62. S. 256. 1909/10.

2) E. Ficker, Diss. Leipzig 1909; Ann. d. Phys. 31. S. 365. 1910 und W. John, Ann. d. Phys. 55. S. 299. 1918.

$$\frac{n_1^2 - 1}{n_1^2 + u} \cdot \frac{1}{d_1} = \frac{n_2^2 - 1}{n_2^2 + u} \cdot \frac{1}{d_2}$$

setzt. Hier bedeutet  $n_1^2$ ,  $n_2^2$  und  $d_1$ ,  $d_2$  die Dielektrizitätskonstanten bzw. Dichten für niedrige und hohe Drucke.

Die Resultate enthält Tab. 12. Ferner enthält Tab. 12 Werte von  $u$ , welche ich nach den Meßergebnissen der bereits erwähnten Abhandlung von Ort vay berechnete. Außerdem füge ich einige von Wiener errechnete Werte von  $u$  nach den Messungen von Röntgen und Zehnder für Na-Licht derselben Tabelle zu.

Tabelle 12.

Stoff	$u$ für Na-Licht	Beobachter	$u$ für lange Wellen	Druck- bereich	Beob- achter
Wasser . . .	4,96	Röntgen u. Zehnder	negativ sehr groß	7—200 Atm.	Falcken- berg
Methylalkohol	3,08	"	negativ sehr groß	15—200 "	"
Äthylalkohol	3,15	"	∞	15—200 "	"
Aceton . . .	—	"	41?	15—200 "	"
Äthyläther . .	3,09	"	3,8	1—500 "	Ortvay
Benzol . . .	3,17	"	27	1—500 "	"

Unendlich große Werte für  $u$  haben physikalisch keinen Sinn. Die Berechnung von  $u$  für lange Wellen ist indes sehr unsicher, da bei der geringen Größe der Änderung der Dielektrizitätskonstante die Genauigkeit der Messung für diesen Zweck nicht ausreicht. Eine Fehlerberechnung für den von mir für Wasser ermittelten Wert von  $\Delta\epsilon$  zeigt, daß für 10% (20%) größere Werte von  $\Delta\epsilon$  als beobachtet  $u$  noch den großen Wert  $u = +946 (+441)$  annimmt. Wiener wies nun bereits auf den Zusammenhang zwischen Refraktionskonstante und Polymerisation hin. Die von mir untersuchten vier Flüssigkeiten sind mehr oder weniger stark polymerisiert.

Einen gewissen Anhalt zur Berechnung des Grades der Polymerisation bietet das Gesetz von Eötvös.<sup>1)</sup> Nach diesem Gesetz ist der Temperaturkoeffizient „ $k$ “ der molekularen Oberflächenenergie für die Mehrzahl der Flüssigkeiten ca. 2,12.

1) R. Eötvös, Ann. d. Phys. 27. S. 452. 1886.

Die Abweichung des Temperaturkoeffizienten vom Normalwert bietet ein gewisses Maß für den Grad der Polymerisation. Werte für  $k$  nach Ramsay und Shields<sup>1)</sup> für die in vorliegender Arbeit untersuchten Flüssigkeiten enthält Tab. 13.

Ein weiteres Kriterium für den Grad der Polymerisation bietet das Gesetz von Trouton.<sup>2)</sup> Nach diesem Gesetz schwankt der Wert für den Quotienten aus der molekularen Verdampfungswärme (M. V. W.) und der absolut gezählten Siedetemperatur ( $T$ ),  $\frac{M.V.W.}{T}$  für die meisten Stoffe zwischen den Zahlenwerten 20 und 22. Tab. 13 enthält die Werte von  $\frac{M.V.W.}{T}$  für die untersuchten Flüssigkeiten.

Tabelle 13.

	K	$\frac{M.V.W.}{T}$
Normalwert . . . . .	2,12	20—22
Wasser . . . . .	0,89	25,90
Äthylalkohol . . . . .	1,08	28,34
Methylalkohol . . . . .	0,93	24,90
Aceton . . . . .	1,82	28,7
Äthyläther . . . . .	2,17	21,4
Benzol . . . . .	2,10	20,84

Die unmöglichen Werte von  $u$  für Wasser und die beiden Alkohole erklären sich also dadurch, daß eine wichtige Voraussetzung der Wienerschen Untersuchungen, nämlich, daß durch die Drucksteigerung keine Änderung der Moleküle eintritt, bei den drei genannten Flüssigkeiten nicht erfüllt ist. Der Wert von  $u$  für das weniger polymerisierte Aceton ist bedeutend kleiner wie für Wasser und die beiden Alkohole, jedoch lassen sich aus diesem Wert sichere Schlüsse noch nicht ziehen, weil, wie bereits bei der Berechnung der Refraktionskonstante erwähnt wurde, die Kompressibilität von Aceton nicht genau genug bekannt ist. Außerdem verweise ich auf den großen Wert von  $u$  für Benzol bei langen Wellen, obgleich Benzol offenbar nicht polymerisiert ist. Für kurze Wellen wies bereits Wiener (a. a. O.) auf dieselbe Tatsache

1) W. Ramsay und J. Shields, Zeitschr. f. physik. Chemie 12, S. 433. 1893.

2) F. Trouton, Phil. Mag. (5) 18, S. 54. 1884.

hin und macht in diesem Falle die Form der Molekel des Benzols dafür verantwortlich. Nach der Röntgenschen Abhandlung über „Die Konstitution des flüssigen Wassers“<sup>1)</sup> geht hervor, daß durch Drucksteigerung sich das Verhältnis der „Eismolekeln“ (nach seiner Bezeichnung) zu den normalen Wassermolekülen ändert. Nach der heutigen Auffassung sind die eine der beiden Arten von Molekülen die polymerisierten. Die sehr großen Werte von  $\mu$  für Wasser und die beiden Alkohole bestätigen die Ansicht Röntgens, daß sich das Verhältnis der polymerisierten zu den normalen Molekülen auch bei anderen Flüssigkeiten als Wasser durch Drucksteigerung ändert. Erst weitere Untersuchungen am Wasser über die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante vom Druck für verschiedene Temperaturen, welche ich mit einer empfindlichen Differentialanordnung auszuführen beabsichtige, werden wohl weitere Klärung der Röntgenschen Vermutung bringen.

#### Zusammenfassung.

In vorliegender Arbeit wurde der Druckkoeffizient der Dielektrizitätskonstanten von Wasser, Äthylalkohol, Methylalkohol und Aceton untersucht. Die mittlere Änderung der Dielektrizitätskonstante pro 1 Atm. Druckdifferenz im Druckbereich von 7 (bzw. 15) bei 200 Atm. betrug für  $\lambda = 5 \text{ m}$ :

Tabelle 14.

Flüssigkeit	Temperatur	Druckintervall in Atm.	$\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon}$ pro 1 Atm. Druckdifferenz in Proz.
Wasser . . . . .	16,3	7—200	0,004,
Äthylalkohol . . .	20,0	15—200	0,009,
Methylalkohol . . .	18,0	15—200	0,010,
Aceton . . . . .	20,0	15—200	0,016

Ferner wurde für 7 (bzw. 15) und 200 Atm. für obige Flüssigkeiten die Refraktionskonstanten

$$\frac{n - 1}{d}, \quad \frac{n^2 - 1}{d} \quad \text{und} \quad \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{d}$$

berechnet, wenn  $n = \sqrt[4]{\epsilon}$  der Brechungsexponent für die benutzte Welle ist. Für Wasser und beide Alkohole wurde eine

1) W. C. Röntgen, Ann. d. Phys. 45, S. 91. 1892.

gute Übereinstimmung des Ausdrucks  $\frac{n^2 - 1}{d}$  für niedrigen und hohen Druck gefunden. Für Aceton läßt sich wegen der nicht genügend genau bekannten Kompressibilität nichts Bestimmtes sagen. Aus Angaben von Ort vay wurde der Ausdruck

$$\frac{n^2 - 1}{d} \quad \text{und} \quad \frac{n - 1}{d}$$

für Benzol und Äthyläther berechnet. Für Benzol ergab sich für 1—500 Atm. eine gute Konstanz des Ausdrucks  $\frac{n^2 - 1}{d}$ .

Für Äthyläther zeigten alle drei Refraktionskonstanten im Druckbereich von 1—500 Atm. beträchtliche Abweichungen. Die sehr großen, teils negativen Werte der Wienerischen Formzahl  $u$  für Wasser und die beiden Alkohole bestätigen die Vermutung Röntgens, daß sich durch Drucksteigerung auch bei anderen Flüssigkeiten als Wasser das Verhältnis der polymerisierten zu den nichtpolymerisierten Molekülen ändert. Ferner stehen diese durch Druckänderung hervorgebrachten Änderungen des Grades der Polymerisation in Widerspruch mit einer Voraussetzung, für welche die Wienerische und auch Lorentz-Lorenzsche Refraktionskonstante berechnet wurde.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, dem Direktor des Rostocker Physikalischen Instituts, Herrn Prof. Heydweiller, für die Anregung zu obiger Arbeit und für viele wertvolle Ratschläge meinen ergebensten Dank auszusprechen.

Rostock 1919, Physikalisches Institut.

(Eingegangen 12. August 1919.)

**3. Eine Differentialschaltung zur Messung von  
Kapazitäten und Selbstinduktionen mit einer  
Empfindlichkeit von  $2 \cdot 10^{-8}$ ;**  
**von G. Falckenberg.**

Die Verwendung der Differentialschaltung zu Kapazitäts- und Selbstinduktionsmessungen ist nichts Neues. Philip<sup>1)</sup> und Bädecker<sup>2)</sup>, später Ort vay<sup>3)</sup> benutzten Differentialschaltungen zu Kapazitätsmessungen. Eine empfindliche Differentialschaltung wurde ferner veröffentlicht in den Mitteilungen aus dem physikalisch-technischen Laboratorium von Dr. G. Seibt, Berlin. Die Kapazitätsempfindlichkeit dieser Schaltung kann nach Angabe der Firma „so weit getrieben werden, daß schon die Annäherung der Hand an den Schwingungskreis auf 10 cm sich in einer Änderung des (Galvanometer-) Ausschlages bemerkbar macht“. Neuerdings hat A. Hund<sup>4)</sup> eine Differentialschaltung beschrieben in seiner Abhandlung „Ein neues Verfahren zur Bestimmung der magnetischen Flußdichte und Permeabilität“. In diesen Schaltungen ist jedoch keine Verstärkung verwandt worden, auch werden über die Empfindlichkeit keine Zahlen angegeben.

Die Empfindlichkeit der Differentialschaltung für Kapazitäts- und Selbstinduktionsmessungen läßt sich beträchtlich steigern durch Verwendung von hochevakuierten Röhren als Wechselstromquelle und Wellenanzeiger. Über die Verwendung von hochevakuierten Röhren für die Differentialschaltung ist meines Wissens bisher nichts veröffentlicht worden.

Die von mir benutzte Differentialschaltung ist aus untenstehender Fig. 1 zu ersehen. Ungedämpfte Schwingungen werden mit einer Vakuumröhre (Type „M“) der Firma C. Lorenz, Berlin, mit Hilfe einer Schaltung erzeugt, welche dieselbe Firma

1) J. C. Philip, Zeitschr. f. physik. Chemie **24**. S. 18. 1897.

2) K. Bädecker, Zeitschr. f. physik. Chemie **36**. S. 305. 1901.

3) R. Ort vay, Ann. d. Phys. **36**. S. 1. 1911.

4) A. Hund, Jahrb. d. drahtl. Telegr. u. Teleph. **18**. S. 462. 1919.

für die von ihr gelieferten Röhrensender benutzt. Mit dem Schwingungskreis des Röhrensenders sind zwei möglichst symmetrische Schwingungskreise lose induktiv gekoppelt. Die beiden entgegengesetzt gewickelten Selbstinduktionen IV und V heben sich in ihrer Wirkung auf den Schwingungskreis VI für den Fall auf, daß die Ströme in beiden Zweigen der Differentialschaltung gleiche Amplitude und Phase besitzen. Als Wellenindikator für den Schwingungskreis VI dient ein Galvanometer, welches in den Anodenstromkreis der zweiten Röhre eines Röhrenverstärkers<sup>1)</sup> eingeschaltet ist. Die im Verstärker benutzten Widerstände bestehen aus Silit.<sup>2)</sup> Der Wellenindikator arbeitet folgendermaßen: Die Stromstärke des Galvanometers sinkt, sowie der Schwingungskreis VI erregt wird. Maximale Stromstärke wird also vom Galvanometer für den Fall angezeigt, daß sich die beiden Differentialkreise in ihrer Wirkung auf Schwingungskreis VI völlig aufheben. Die Empfindlichkeit der Differentialschaltung kann noch gesteigert werden durch Einschaltung einer elektromotorischen Kompensationskraft in den Galvanometerkreis, wie aus der Fig. 1 ersichtlich ist. Ein Akkumulator wird mit einem regulierbaren Vorschaltwiderstand  $A$  so an die Enden des Widerstandes  $D$  angeschlossen, daß die elektromotorische Kraft bei  $D$  die elektromotorische Kraft an den Enden des Widerstandes  $B$  für maximalen Anodenstrom nahezu aufhebt. Der Nebenschluß  $B$  des Galvanometers kann durch Einführung dieser Kompensation um ein Vielfaches vergrößert werden. Die Empfindlichkeit des Wellenindikators steigt proportional der Größe des Nebenschlußwiderstandes  $B$ . Ist eine weitere Steigerung der Empfindlichkeit erwünscht, z. B. für Messungen des Druckkoeffizienten der Dielektrizitätskonstanten von Flüssigkeiten, so wird zweckmäßig nicht die Stellung des geeichten Vergleichskondensators bei maximaler Stromstärke des Galvanometers (Umkehrpunkt) abgelesen, sondern

1) Diesen mit Silitwiderständen versehenen Verstärker lernte ich in meiner dienstlichen Tätigkeit Ende 1918 bei der Inspektion des Torpedowesens in Kiel kennen. Soweit mir bekannt ist, wurden Widerstände im Anodenstromkreis der Verstärker zuerst von Barkhausen benutzt.

2) Silitwiderstände wurden bezogen von der Firma Gebr. Siemens, Lichtenberg bei Berlin.

zwei Stellungen des Meßkondensators für zwei gleichgroße Galvanometerausschläge auf beiden Seiten des Resonanzpunktes. Der Mittelwert dieser beiden Stellungen ist dann die gesuchte Kapazität.

Die Empfindlichkeit oben beschriebener Anordnung für Kapazitätssmessungen soll nun an einem Beispiel gezeigt werden. Sollen kleine Änderungen der Kapazität gemessen werden, wie sie etwa durch Vergrößerung der Dielektrizitätskonstanten der

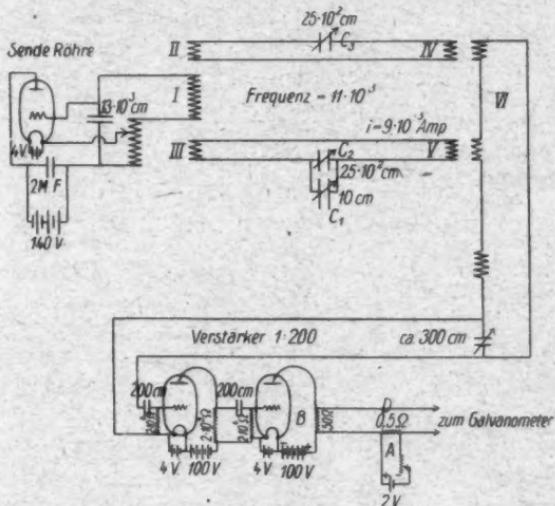


Fig. 1.

zwischen den Platten des Kondensators  $C_2$  enthaltenen Flüssigkeit durch Drucksteigerung bedingt werden, so wird folgendermaßen verfahren. Zum Kondensator  $C_2$  ist ein Plattenkondensator mit variabilem, meßbarem Plattenabstand angebracht, der ermöglicht, die etwa durch Drucksteigerung bedingte Vergrößerung der Kapazität des Kondensators  $C_2$  zu kompensieren. Die beiden Zweige der Differentialschaltung und Schwingungskreis VI werden auf die Eigenschwingung des Röhrensenders abgestimmt. Die Kopplung der beiden Differentialkreise mit dem Röhrensender bei II und III wird so gewählt, daß sich die induktiven Wirkungen der Spulen IV und V auf den Schwingungskreis VI aufheben, was daran erkenntlich ist, daß vom Galvanometer dieselbe Stromstärke

angezeigt wird, wie beim ausgeschalteten Sender, also, wie bereits oben erwähnt wurde, maximale Stromstärke. Wird nun die Resonanz gestört durch Vergrößerung der Kapazität  $C_2$  durch Drucksteigerung, so sinkt der Galvanometerausschlag.  $C_2$  muß verkleinert werden, um die Resonanz herzustellen. Die Verkleinerung der Kapazität von  $C_1$  kann nach der bekannten Kirchhoffsschen Formel aus der Änderung des Plattenabstandes errechnet werden.

Im folgenden soll nun die Gesamtkapazität des einen Differentialzweiges durch Änderung des Plattenabstandes des Meßkondensators  $C_1$  um einen kleinen Betrag verringert werden und aus der hierdurch bedingten Änderung des Galvanometerausschlages die Empfindlichkeit der Anordnung geprüft werden.

Die Gesamtkapazität, welche sich in der Hauptsache zusammensetzt aus  $C_1$ ,  $C_2$  und den Spulenkapazitäten betrug  $25 \cdot 10^2$  cm. Nun wurde der Plattenabstand des Kondensators von 5,000 mm auf 5,012 mm erhöht. Der Durchmesser der Platten des Kondensators betrug 10,0 cm, die Plattendicke 0,30 cm. Nach der Kirchhoffsschen Formel beträgt für einen ungeerdeten Kondensator obiger Abmessung die Kapazität:

Plattenabstand d. Kondensators in mm	Kapazität in cm	Differenz
4,800	15,943	
5,000	15,396	
5,200	14,891	
5,400	14,422	
		0,547
		0,505
		0,469

Die Kapazitätsverkleinerung für obige Änderung des Plattenabstandes beträgt daher

$$\frac{0,52 \cdot 12}{200} \text{ cm} = 3,1 \cdot 10^{-2} \text{ cm}.$$

Der durch diese Kapazitätsverringerung bedingte Galvanometerausschlag betrug 8,1 cm.

Nun lassen sich die Galvanometerschwankungen, welche durch unkontrollierbare Vorgänge in den Röhren entstehen, für einen Beobachtungszeitraum von 10 Sekunden leicht auf 0,01 cm und darunter vermindern, falls etwa eine halbe Stunde vor der Messung die Röhren bereits eingeschaltet wurden.

Auch ungleichmäßige Wärmebestrahlung der Kondensatoren usw. etwa durch Glühlampen muß peinlichst vermieden werden. Einer noch gerade meßbaren Änderung des Galvanometerausschlages von 0,01 cm entspricht jedoch eine Kapazitätsänderung von

$$\frac{0,031 \cdot 0,01}{8,1} = 3,8 \cdot 10^{-5}.$$

(Die Änderung der Kapazität war in diesem Meßbereich nahezu proportional der Änderung der Galvanometerausschläge.) Die Empfindlichkeit der Anordnung beträgt also:

$$\frac{\text{Meßbare Kapazitätsänderung}}{\text{Gesamtkapazität}} = \frac{3,8 \cdot 10^{-5}}{25 \cdot 10^9} = 1,5 \cdot 10^{-10}.$$

Die angegebene Empfindlichkeit gilt für eine Frequenz von 11000 (Wellenlänge = 27000 m). Dieselbe Empfindlichkeit wurde beobachtet für Kapazitätsänderungen eines Nernstkondensators, welcher  $C_1$  und  $C_2$  parallel geschaltet wurde. Die Glasplatte des normalen Nernstkondensators wurde hierbei durch einen 8 mm breiten, 0,19 mm dicken Glimmerstreifen ersetzt, welcher durch eine Mikrometerschraube verschoben wurde.  $\frac{1}{100}$  mm Verschiebung des Glimmerstreifens entspricht einer Kapazitätsänderung von  $2,1 \cdot 10^{-4}$  cm. Diese kleine Kapazitätsänderung ergab noch gut meßbare Galvanometerausschläge.

Ein weiteres Beispiel für die große Empfindlichkeit dieser Anordnung ist folgendes: Bereits Annäherung der Hand auf etwa 2 m an einen der beiden Zweige der Differentialschaltung ergab eine meßbare Änderung des Galvanometerausschlages. Der Experimentator muß daher die Meßkondensatoren aus mindestens 2 m Entfernung, etwa durch Glasstangen bedienen, falls nicht die Differentialschaltung durch ein metallisches Gitter vor äußeren Einflüssen geschützt wird.

Für die 2300-, 4000- und 27000-m-Welle wurden ohne Verstärkung unter Benutzung eines Detektors nahezu gleiche Empfindlichkeiten der Differentialschaltung festgestellt. Es kann daraus wohl geschlossen werden, daß für die 2300-m-Welle bei Verwendung der beschriebenen Verstärkeranordnung nahezu die gleiche Empfindlichkeit von  $2 \cdot 10^{-8}$  erreichbar ist. Da sich mit Röhrensendern Wellenlängen bis 20 m leicht herstellen lassen, wird aller Wahrscheinlichkeit nach auch für

diese kurzen Wellen die angegebene Differentialschaltung noch hohe Empfindlichkeitsgrade geben.

Obige Anordnung eignet sich auch für genaue Permeabilitätsmessungen, z. B. stark verdünnter Lösungen. In diesem Falle wird ein Glas mit der betreffenden Flüssigkeit in die Selbstinduktion IV gebracht. Ein Maß der Größe der Permeabilität bietet die Änderung der Kapazität des Meßkondensators  $C_1$ , welche erforderlich ist, um die durch Hineinbringung des gefüllten Glases erzeugte Verstimmung rückgängig zu machen. Störend erwies sich bei diesen Messungen die Vergrößerung der Spulenkapazität infolge des Hineinbringens der gefüllten Gläser. Diese Kapazitätssteigerung wurde zum größten Teil aufgehoben durch Verwendung doppelwandiger Gefäße. Fig. 2 zeigt ein derartiges Gefäß. Das Gefäß ist starr mit der Selbstinduktion IV verbunden. Im äußeren Mantel befindet sich maximal leitende Schwefelsäure, welche als Schutzmantel gegen elektrische Kraftlinien für das innere Gefäß dient. Die Füllung des inneren Raumes mit der zu untersuchenden Flüssigkeit findet durch Hineingießen statt, die Entleerung durch den Hahn.



Fig. 2.

Ein Vergleich obiger Anordnung mit der von Heydweiller<sup>1)</sup> angegebenen Wheatstoneschen Brückenschaltung mit Zusatzwiderständen, mit welcher Philipp<sup>2)</sup> in seiner Abhandlung über „Untersuchungen über Magnetisierungszahlen von Salzen der Eisengruppe und die Abhängigkeit von der Konzentration“ eine Empfindlichkeit von  $6 \cdot 10^{-7}$  erreichte, zeigt, daß diese wohl bisher empfindlichste Anordnung zur Messung von Kapazitäten und Selbstinduktionen durch die von mir angegebene Anordnung um über das Zehnfache an Empfindlichkeit übertroffen ist.

Rostock 1919, Physikalisches Institut.

1) A. Heydweiller, Boltzmann-Festschrift S. 4. 1903.

2) Paul Philipp, Dissertation Rostock 1914.

4. Über zweidimensionale Flüssigkeitsströmung  
zwischen parallelen ebenen Wänden;  
von George Jaffé.

Versteht man unter einer Funktion  $\chi(z)$  der komplexen Variablen  $z = x + iy$ ,

$$\chi(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y),$$

das komplexe Potential einer zweidimensionalen Flüssigkeitsströmung, so ergeben sich die Strömungsgeschwindigkeiten  $u$  und  $v$  in bekannter Weise als partielle Ableitungen des Geschwindigkeitspotentials  $\varphi$  oder der Stromfunktion  $\psi$ :

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \\ v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \end{array} \right.$$

Soll die dargestellte Strömung an der Stelle  $r = a + ib$  einen Wirbelfaden oder eine Quelllinie aufweisen, so muß der Differentialquotient von  $\chi(z)$ ,

$$\frac{d\chi(z)}{dz} = u - iv,$$

an der Stelle  $z = r$  einen Pol erster Ordnung haben, und zwar mit rein imaginärem oder reellem Residuum, je nachdem es sich um Wirbel oder Quelle handelt. Damit nun  $d\chi/dz$  einen solchen Pol besitzt, genügt es,

$$\chi(z) = c \lg \omega(z)$$

zu setzen, wo  $\omega(z)$  bei passend bestimmter Konstante  $c$  für  $z = r$  eine beliebige Nullstelle oder einen beliebigen Pol hat. Wählt man für  $\omega(z)$  geeignete Funktionen, so gelangt man zu mannigfältigen Lösungen der Strömungsgleichungen.

Im einfachsten Falle, wenn  $\omega(z) = z - r$  gesetzt wird, erhält man das bekannte Potential

$$(2) \quad \chi(z) = c \lg (z - r).$$

Es stellt die Strömung eines einzelnen Wirbelfadens oder einer Quelllinie dar, und mit seiner Hilfe läßt sich die Strömung eines beliebigen Systems solcher Wirbel und Quellen im unbegrenzten Strömungsfelde zusammensetzen.

Will man eine unendliche Reihe von äquidistanten, gleichstarken Wirbelfäden oder Quelllinien zusammenfassen, so braucht man für  $\omega$  nur eine periodische Funktion einzusetzen. Das so gebildete Potential

$$(3) \quad \chi(z) = c \lg \sin(z - r)$$

ist von v. Kármán<sup>1)</sup> bei seinen Untersuchungen über den Mechanismus des Flüssigkeitswiderstandes benutzt worden, und kann, wie im folgenden gezeigt wird, mit Hilfe des Spiegelungsprinzips dazu dienen, die allgemeinste von Wirbelfäden und Quelllinien herrührende zweidimensionale Flüssigkeitsströmung zwischen zwei parallelen ebenen Wänden darzustellen.

Ersetzt man den sin durch die Weierstrassche  $\sigma$ -Funktion, so stellt das Potential

$$(4) \quad \chi(z) = c \lg \sigma(z - r)$$

die Strömung eines sich nach zwei Richtungen ins Unendliche erstreckenden Systems von Wirbelfäden oder Quelllinien dar, die in homologen Punkten des Periodenparallelogramms angeordnet sind. Dieses Potential leistet das gleiche für einen prismatischen Raum von rechteckigem Querschnitt, wie das Potential (3) für den Raum zwischen zwei parallelen Platten.

#### 1. Wirbelströmung.

Es sei ein beliebiges System  $S$  von  $n$  isolierten Wirbelfäden  $A_v$  von der Wirbelstärke  $J_v$  ( $v = 1, 2, \dots, n$ ) zwischen zwei parallelen Wänden vom Abstande  $d/2$  gegeben; es soll das Strömungsfeld berechnet werden. Wir legen das Koordinatensystem so, daß den beiden Wänden die Gleichungen  $x = 0$  und  $x = d/2$  zukommen, und in diesem System sei die Lage der  $A_v$  charakterisiert durch die komplexen Zahlen

$$r_v = a_v + i b_v; \quad v = 1, 2, \dots, n.$$

1) Th. v. Kármán, Gött. Nachr. 1911. S. 509; 1912. S. 547; Th. v. Kármán u. H. Rubach, Phys. Zeitschr. 13. S. 49. 1912.

Um die Aufgabe zu lösen, spiegeln wir das System  $S$  an der Ebene  $x = d/2$ , d. h. wir nehmen ein zweites System  $S'$  von weiteren  $n$  Wirbelfäden  $A_{n+v}$  hinzu, mit der Festsetzung

$$(5) \quad J_{n+v} = -J_v; \quad a_{n+v} = d - a_v; \quad b_{n+v} = b_v; \quad v = 1, 2, \dots, n.$$

Wird jetzt das Potential

$$(6) \quad \chi_1 = \frac{1}{2\pi i} \sum_1^{2n} J_v \lg \sin \frac{\pi}{d}(z - r_v)$$

gebildet, wo die Summation über alle Wirbel von  $S$  und  $S'$  zu erstrecken ist, so erfüllt es alle Bedingungen der Aufgabe. Zunächst ist ersichtlich, daß die durch (6) dargestellte Strömung für jede der Stellen  $z = r_v$  einen Wirbel von der Stärke  $J_v$  besitzt; denn für kleine Werte von  $z - r_v$  reduziert sich (6) — von einer unwesentlichen Konstante abgesehen — mit beliebiger Genauigkeit auf

$$(6') \quad \frac{1}{2\pi i} J_v \lg (z - r_v),$$

und dieses Potential stellt einen Wirbel von der Stärke  $J_v$  dar.

Es sind aber auch die Grenzbedingungen erfüllt, wie aus der Betrachtung des Differentialquotienten

$$(7) \quad \frac{d\chi_1}{dz} = u - iv = \frac{1}{2di} \sum_1^{2n} J_v \operatorname{ctg} \frac{\pi}{d}(z - r_v)$$

hervorgeht. Nach Trennung des Reellen und Imaginären ergibt sich

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} u = -\frac{1}{2d} \sum_1^{2n} J_v \frac{\sin \frac{2\pi}{d}(y - b_v)}{\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{d}(y - b_v) - \cos \frac{2\pi}{d}(x - a_v)}, \\ v = \frac{1}{2d} \sum_1^{2n} J_v \frac{\sin \frac{2\pi}{d}(x - a_v)}{\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{d}(y - b_v) - \cos \frac{2\pi}{d}(x - a_v)}, \end{array} \right.$$

und wenn man in dem Ausdruck für  $u$  die je zwei Summanden zusammenfaßt, die von dem Wirbel  $A_v$  und seinem Bilde  $A_{n+v}$  herrühren, so ergibt sich unter Berücksichtigung der Festsetzungen (5)

$$u = 0 \quad \text{für } x = 0 \quad \text{und für } x = d/2,$$

womit den Grenzbedingungen genügt ist. Es muß übrigens betont werden, daß durch die Grenzbedingungen an den Wänden das Potential noch nicht eindeutig bestimmt ist, und daß eine Bedingung über das Verhalten der Strömung im Unendlichen hinzukommen muß. Fordert man, daß die Strömungsgeschwindigkeiten für unendlich große  $y$  verschwinden sollen, so genügt (6) auch dieser Bedingung, und stellt bis auf eine unwesentliche, additive Konstante die eindeutige Lösung dar.

Geschwindigkeitspotential und Stromfunktion für einen bestimmten Augenblick, in dem sich die Wirbel  $A_v$  an den Stellen  $r_v$  befinden, ergeben sich aus (6) zu:

$$(9) \quad \begin{cases} \varphi_1 = -\frac{1}{2\pi} \sum_{v=1}^{2n} J_v r_v, \\ \psi_1 = -\frac{1}{2\pi} \sum_{v=1}^{2n} J_v \lg s_v, \end{cases}$$

mit der Bedeutung

$$(10) \quad \begin{cases} \operatorname{tg} r_v = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{d} (y - b_v)}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{d} (x - a_v)} \\ s_v = \sqrt{\sin^2 \frac{\pi}{d} (x - a_v) + \operatorname{Sin}^2 \frac{\pi}{d} (y - b_v)}. \end{cases}$$

Es ist nun noch zu berücksichtigen, daß sich die Wirbelfäden selbst im Strömungsfelde bewegen. Man erhält die Bewegung des Fadens  $A_v$ , indem man die Strömung berechnet, die sich für die Stelle  $r_v$  aus dem Potential (6) ergibt, nachdem man davon das Potential (6'), d. h. die Wirkung des Fadens selbst, abgezogen hat. Nun ist aber

$$\lim_{(z - r_v) \rightarrow 0} \frac{d}{dz} \left[ \lg \sin \frac{\pi}{d} (z - r_v) - \lg (z - r_v) \right] = 0,$$

d. h. die durch das erste Glied dargestellte unendliche Reihe von Wirbelfäden hat keine Wirkung auf einen einzelnen der Fäden, wie ja auch schon aus Symmetriegründen hervorgeht. Anstatt also das Potential des einzelnen Fadens (6') von (6) abzuziehen, kann man einfach in (6) den Summanden unterdrücken, der sich auf den betreffenden Faden bezieht. Demnach lassen sich die Bewegungsgleichungen der Wirbelfäden

in genau analoger Weise schreiben, wie es Kirchhoff für den Fall eines unbegrenzten Strömungsfeldes zuerst getan hat.<sup>1)</sup>

Wir definieren nämlich eine Funktion  $W_1$  durch die folgende Gleichung:

$$(11) \quad W_1 = -\frac{1}{2\pi} \sum_{\nu, \mu} J_\nu J_\mu \lg s_{\nu \mu}, \quad \nu, \mu = 1, 2, \dots, 2n,$$

wobei die Summation über alle Paare von Wirbeln der Systeme  $S$  und  $S'$  zusammengenommen, und über jedes Paar nur einmal, zu erstrecken ist. Dabei hat  $s_{\nu \mu}$  folgende Bedeutung:

$$(12) \quad s_{\nu \mu} = \sqrt{\sin^2 \frac{\pi}{d} (a_\nu - a_\mu) + \sin^2 \frac{\pi}{d} (b_\nu - b_\mu)}.$$

Die Bewegungsgleichungen des Wirbelfadens  $A_\nu$  lauten dann:

$$(13) \quad \begin{cases} J_\nu \frac{da_\nu}{dt} = \frac{\partial W_1}{\partial b_\nu}, \\ J_\nu \frac{db_\nu}{dt} = -\frac{\partial W_1}{\partial a_\nu}. \end{cases} \quad \nu = 1, 2, \dots, 2n.$$

Es ist zu beachten, daß die Koordinaten  $a_{n+\nu}, b_{n+\nu}$ , der zu  $S'$  gehörigen Wirbel  $A_{n+\nu}$ , in dem Ausdruck für  $W_1$  stehen bleiben müssen und nicht nach (5) durch  $a_\nu, b_\nu$  ausgedrückt werden dürfen. Demgemäß sind sie auch bei den partiellen Differentiationen, welche (13) erfordert, als unabhängige Variable anzusehen; die Ersetzung von  $a_{n+\nu}, b_{n+\nu}$  durch  $a_\nu, b_\nu$  darf erst nach erfolgter Differentiation geschehen.

Aus der Definitionsgleichung von  $W_1$  folgt

$$(14) \quad \begin{cases} \frac{\partial W_1}{\partial a_\nu} = -\frac{\partial W_1}{\partial a_{n+\nu}}, \\ \frac{\partial W_1}{\partial b_\nu} = \frac{\partial W_1}{\partial b_{n+\nu}}. \end{cases}$$

Diese Beziehungen sind leicht zu verifizieren, indem man je zwei Paare von Wirbeln zusammenfaßt, die spiegelbildlich zueinander liegen, und indem man (5) berücksichtigt. Aus (13) und (14) ergibt sich dann

$$(15) \quad \begin{cases} \frac{da_\nu}{dt} = -\frac{da_{n+\nu}}{dt}, \\ \frac{db_\nu}{dt} = \frac{db_{n+\nu}}{dt}. \end{cases}$$

1) G. Kirchhoff, Mechanik. 20. Verl. ausführlicher bei Appell. Traité de Mécanique rationnelle. Deuxième édition. Paris. Gauthier-Villars. 1909. 3. S. 480 ff.

Durch diese Gleichungen, die schon aus Symmetriegründen zu erwarten waren, wird die Bewegung des Systems  $S'$  vollständig auf die des Systems  $S$  zurückgeführt. Integriert besagen sie, daß die Beziehungen (5) für alle Zeiten bestehen bleiben, wenn sie zu irgendeiner Zeit bestanden haben. Demnach stellt das Potential (6) nicht nur für einen bestimmten Augenblick die Strömung des Systems dar, sondern für alle Zeiten, wenn für die Koordinaten  $a_v, b_v$  die durch Integration der Bewegungsgleichungen (13) gewonnenen Zeitfunktionen eingesetzt werden.

In dem Falle des unendlich ausgedehnten Strömungsfeldes lassen sich aus der Kirchhoff'schen Darstellung eine Anzahl von Integralen der Bewegungsgleichungen gewinnen. Diese Integrale behalten in dem vorliegenden Falle nur zum Teil ihre Bedeutung. Betrachten wir zunächst den „Schwerpunktsatz“.

Aus den Definitionsgleichungen (11) und (12) folgt ohne weiteres

$$(16) \quad \sum_1^{2n} \frac{\partial W_1}{\partial a_v} = 0, \quad \sum_1^{2n} \frac{\partial W_1}{\partial b_v} = 0;$$

die zweite dieser Gleichungen ergibt mit der zweiten Gleichung (14) zusammen

$$(17) \quad \sum_1^n \frac{\partial W_1}{\partial b_v} = \sum_1^n \frac{\partial W_1}{\partial b_{n+v}} = 0,$$

dagegen ist

$$(18) \quad \sum_1^n \frac{\partial W_1}{\partial a_v} = - \sum_1^n \frac{\partial W_1}{\partial a_{n+v}}$$

im allgemeinen von 0 verschieden. Definieren wir nun die Koordinaten  $\xi, \eta$  des „Schwerpunkts“  $\mathfrak{S}$  der fiktiven Massen  $J_v$  ( $v = 1, 2, \dots, n$ ) durch die Gleichungen

$$(19) \quad \xi \sum_1^n J_v = \sum_1^n a_v J_v, \quad \eta \sum_1^n J_v = \sum_1^n b_v J_v,$$

und entsprechend die Koordinaten  $\xi', \eta'$  des Schwerpunkts  $\mathfrak{S}'$  für das System  $S'$  durch

$$(20) \quad \xi' \sum_1^n J_{n+r} = \sum_1^n a_{n+r} J_{n+r}, \quad \eta' \sum_1^n J_{n+r} = \sum_1^n b_{n+r} J_{n+r},$$

so ist natürlich

$$(21) \quad \xi' = d - \xi, \quad \eta' = \eta,$$

und aus den Bewegungsgleichungen (13) folgt für die Schwerpunktskoordinaten unter Benutzung von (17) und (18)

$$(22) \quad \frac{d \xi}{dt} = \frac{d \xi'}{dt} = 0,$$

$$(23) \quad \frac{d \eta}{dt} = \frac{d \eta'}{dt}.$$

Es gilt also hier nur der Satz, daß die  $x$ -Koordinate des Schwerpunkts des ursprünglich gegebenen Systems konstant bleibt; dagegen ist  $\frac{d \eta}{dt}$  im allgemeinen von 0 verschieden. Existiert der Schwerpunkt nicht (d. h. ist  $\sum_1^n J_r = 0$ ), so treten an die Stelle von (22) und (23) die Integrale

$$(24) \quad \sum_1^n J_r a_r = \text{const}, \quad \sum_1^n J_{n+r} a_{n+r} = \text{const},$$

$$(25) \quad \sum_1^n J_r b_r + \sum_1^n J_{n+r} b_{n+r} = \text{const},$$

aber nur (24) enthält eine Aussage über die Systeme  $S$  und  $S'$  einzeln genommen. Die Beziehung (25) [bez. (23)] ist dagegen schon in den Gleichungen (15) enthalten.

Ebenso gelten vermöge derselben Gleichungen (15) der „Flächensatz“ und der „Satz von der Erhaltung der Trägheitsmomente“ bezüglich einer durch den Punkt  $d/2, 0$  gehenden Achse für die Systeme  $S$  und  $S'$  zusammengenommen; sie gelten aber nicht für die beiden Systeme einzeln.

Dagegen ist das Integral

$$(26) \quad W_1 = \text{const},$$

das sich ohne weiteres aus der Beziehung

$$\frac{d W_1}{dt} = \sum_1^{2n} \left( \frac{\partial W_1}{\partial a_r} \frac{da_r}{dt} + \frac{\partial W_1}{\partial b_r} \frac{db_r}{dt} \right)$$

und den Bewegungsgleichungen (18) ergibt, wieder unabhängig von den Gleichungen (15).

Als erste Anwendung der gewonnenen allgemeinen Gleichungen betrachten wir den Fall eines einzigen Wirbelfadens  $A$  von der Stärke  $J$ , und setzen also

$$\begin{aligned} J_1 &= J; \quad J_2 = -J; \\ a_1 &= a; \quad a_2 = d - a; \quad b_1 = b_2 = 0; \quad 0 < a < d/2. \end{aligned}$$

Das Strömungsfeld berechnet sich dann aus dem Potential

$$\chi = \frac{J}{2\pi i} \lg \frac{\sin \frac{\pi}{d} [(x-a) + iy]}{\sin \frac{\pi}{d} [(x+a) + iy]},$$

und die Bewegung des Stromfadens aus

$$W = \frac{J^2}{2\pi} \lg \sqrt{\sin^2 \frac{\pi}{d} (a_1 - a_2)} \cdot 1)$$

Man findet daraus

$$(27) \quad \frac{d\vec{a}}{dt} = 0; \quad \frac{db}{dt} = -\frac{J}{2d} \operatorname{ctg} \frac{2\pi a}{d}.$$

Für  $a = d/4$  steht der Wirbelfaden fest; für  $0 < a < d/4$  ist  $\frac{db}{dt} < 0$ , für  $d/4 < a < d/2$  ist  $\frac{db}{dt} > 0$ . Je nach der Größe von  $a$  überwiegt also der Einfluß der einen oder anderen Wand. Ist  $a/d$  klein, so findet man in erster Annäherung

$$(27') \quad \frac{db}{dt} = -\frac{J}{4\pi a},$$

wie bei Abwesenheit der zweiten Wand.

An Stelle der Wand bei  $x = d/2$  kann man sich auch bei  $x = d$  eine Wand angebracht denken; man erhält dann das Strömungsfeld zweier Wirbel von entgegengesetzter gleicher Stärke, die sich beide mit der Geschwindigkeit (27) bewegen.

Als zweites Beispiel betrachten wir zwei Wirbel von gleicher Stärke in symmetrischer Anfangslage. In diesem Falle kann man setzen (vgl. Fig. 1):

1) In diesem Ausdruck müssen  $a_1$  und  $a_2$  stehen bleiben und bei der Differentiation wie zwei unabhängige Variable behandelt werden, sonst gelangt man zu einem fehlerhaften Resultat (vgl. S. 177).

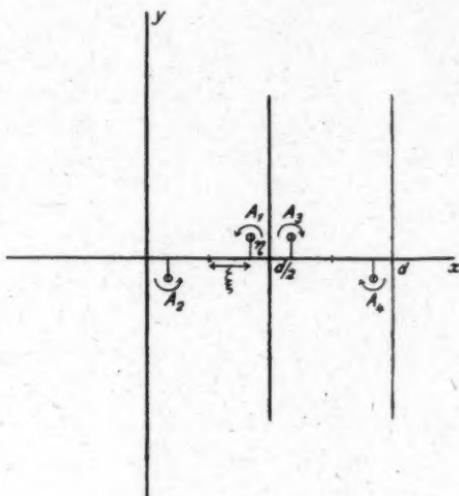


Fig. 1.

$$\begin{aligned} J_1 &= J; & a_1 &= d/4 + \xi; & b_1 &= \eta; \\ J_2 &= J; & a_2 &= d/4 - \xi; & b_2 &= -\eta; & 0 < |\xi| < d/4; \\ J_3 &= -J; & a_3 &= 3d/4 - \xi; & b_3 &= \eta; & 0 < |\eta| < d/4; \\ J_4 &= -J; & a_4 &= 3d/4 + \xi; & b_4 &= -\eta. \end{aligned}$$

Es ergeben sich die folgenden Bewegungsgleichungen:

$$\frac{d\xi}{dt} = -\frac{J}{2d} \left[ \frac{\sin \frac{4\pi\eta}{d}}{\cos \frac{4\pi\eta}{d} - \cos \frac{4\pi\xi}{d}} - \operatorname{tg} \frac{2\pi}{d}\eta \right],$$

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{J}{2d} \left[ \frac{\sin \frac{4\pi\xi}{d}}{\cos \frac{4\pi\eta}{d} - \cos \frac{4\pi\xi}{d}} + \operatorname{tg} \frac{2\pi}{d}\xi \right].$$

Wir behandeln nur zwei Grenzfälle. Es seien erstens  $\frac{4\pi\xi}{d}$  und  $\frac{4\pi\eta}{d}$  kleine Größen, dann ist bis auf Glieder zweiter Ordnung in den genannten Größen

$$\frac{d\xi}{dt} = -\frac{J}{4\pi} \frac{\eta}{\eta^2 + \xi^2},$$

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{J}{4\pi} \frac{\xi}{\eta^2 + \xi^2}.$$

Das vollständige Integral dieser Gleichungen lautet

$$\begin{aligned}\xi &= \varrho_0 \cos(\nu t + \gamma), \\ \eta &= \varrho_0 \sin(\nu t + \gamma),\end{aligned}\quad \nu = \frac{J}{4\pi\varrho_0^2},$$

und die beiden Wirbel rotieren also näherungsweise mit konstanter Geschwindigkeit in einem Kreise umeinander, genau wie bei Abwesenheit der Wände.

Ist andererseits  $d/4 - \xi = \varepsilon$  eine kleine Zahl bei beliebigem  $\eta$ , so ergibt sich mit gleichem Grade der Annäherung

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = 0; \quad \frac{d\eta}{dt} = \frac{J}{4\pi\varepsilon},$$

in Übereinstimmung mit Formel (27'). Bei dem hier betrachteten Beispiel hängt es also von der Anfangslage ab, ob die beiden Wirbel in geschlossener Bahn verbleiben, oder unter dem Einflusse der Wände auseinanderlaufen.

Wir wenden uns nunmehr der Aufgabe zu, Strömungsfeld und Bewegung eines Systems von Wirbelflächen in einem prismatischen Raum von rechteckigem Querschnitt zu bestimmen. Die Gleichungen der Grenzebenen seien

$$x = 0; \quad x = d/2; \quad y = 0; \quad y = d'/2.$$

Im folgenden bedeuten

$$\sigma(z), \quad \zeta(z), \quad \bar{\jmath}(z)$$

die Weierstrassschen Funktionen, welche zu den Perioden  
(28)  $2\omega = d, \quad 2\omega' = id'$

gehören. Da  $\omega$  reell und  $\omega'$  rein imaginär ist, müssen die Invarianten  $g_2$  und  $g_3$ , sowie die Wurzeln  $e_1, e_2, e_3$  des zugehörigen Polynoms dritten Grades reell sein; die Diskriminante ist also positiv.<sup>1)</sup> Außer den genannten werden noch die Funktionen

$$\bar{\sigma}(z), \quad \bar{\zeta}(z), \quad \bar{\jmath}(z)$$

Verwendung finden, die zu den Perioden

$$(29) \quad 2\bar{\omega} = \frac{2\omega'}{i}, \quad 2\bar{\omega}' = 2i\omega$$

1) Die Bezeichnungen sind hier und im folgenden dem Werke G. H. Halphen, *Traité des fonctions elliptiques*, Paris, Gauthier-Villars, 1886, entlehnt. Für die folgenden Rechnungen sei auf dieses Werk verwiesen.

gehören. Es bestehen dann die Beziehungen

$$(30) \quad \begin{cases} \sigma(i z) = i \bar{\sigma}(z); & \zeta(i z) = -i \bar{\zeta}(z); \\ \eta(i z) = -\bar{\eta}(z); & \eta'(i z) = i \bar{\eta}'(z). \end{cases}$$

Das Wirbelsystem  $\mathcal{S}$  möge wie bisher aus  $n$  Wirbelfäden  $A_\nu$  von der Stärke  $J_\nu$  bestehen, und die Wirbelfäden mögen sich zu irgendeiner Zeit an den Stellen

$$r_\nu = a_\nu + i b_\nu, \quad \nu = 1, 2, \dots, n$$

befinden. Wir spiegeln das System  $\mathcal{S}$  an der Ebene  $x = d/2$ , wobei das System  $\mathcal{S}'$  entstehen möge; dann spiegeln wir  $\mathcal{S}$  und  $\mathcal{S}'$  an der Ebene  $y = d'/2$  und gelangen so zu  $\mathcal{S}''$  und  $\mathcal{S}'''$ . Wir nehmen also insgesamt zu  $\mathcal{S}$  noch drei weitere Systeme hinzu, unter folgenden Festsetzungen (vgl. Fig. 2):

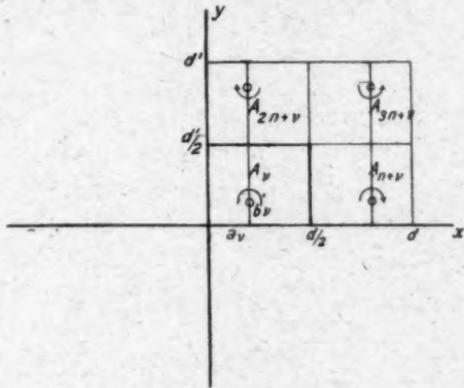


Fig. 2.

$$(31) \quad \begin{cases} \text{für } \mathcal{S}' : J_{n+\nu} = -J_\nu; \quad a_{n+\nu} = d - a_\nu; \quad b_{n+\nu} = b_\nu \\ \text{für } \mathcal{S}'' : J_{2n+\nu} = -J_\nu; \quad a_{2n+\nu} = a_\nu; \quad b_{2n+\nu} = d' - b_\nu \\ \text{für } \mathcal{S}''' : J_{3n+\nu} = +J_\nu; \quad a_{3n+\nu} = d - a_\nu; \quad b_{3n+\nu} = d' - b_\nu. \end{cases}$$

Wir bilden nun das Potential

$$(32) \quad \chi_3 = \frac{1}{2\pi i} \sum_1^{4n} J_\nu \lg \sigma(z - r_\nu),$$

wobei die Summation über alle vier Systeme zu erstrecken ist, und behaupten, daß es die Bedingungen der Aufgabe erfüllt. In der Tat besitzt die durch (32) dargestellte Strömung die

vorgeschriebenen Wirbel, was sich genau so zeigen lässt, wie oben (vgl. S. 175). Die Geschwindigkeitsverteilung ergibt sich aus

$$(33) \quad \frac{d\chi_2}{dz} = u - iv = \frac{1}{2\pi i} \sum_1^{4n} J_\nu \zeta(z - r_\nu)$$

nach bekannten Formeln zu

$$(34) \quad \begin{cases} u = -\frac{1}{2\pi} \sum_1^{4n} \left[ \bar{\zeta}(y - b_\nu) + \frac{1}{2} \frac{\bar{J}'(y - b_\nu)}{\bar{J}(x - a_\nu) + \bar{J}(y - b_\nu)} \right], \\ v = \frac{1}{2\pi} \sum_1^{4n} \left[ \zeta(x - a_\nu) + \frac{1}{2} \frac{\bar{J}'(x - a_\nu)}{\bar{J}(x - a_\nu) + \bar{J}(y - b_\nu)} \right]. \end{cases}$$

Faßt man nun hier die je vier Summanden zusammen, die von den symmetrisch gelegenen Wirbeln  $A_\nu, A_{n+\nu}, A_{2n+\nu}, A_{3n+\nu}$  herrühren, so ergibt sich auf Grund der Festsetzungen (31)

$$\begin{aligned} u &= 0 \quad \text{für } x = 0 \quad \text{und } x = d/2 \quad \text{und} \\ v &= 0 \quad \text{für } y = 0 \quad \text{und } y = d'/2, \end{aligned}$$

womit den Grenzbedingungen genügt ist. Die Lösung ist in diesem Falle eindeutig durch die Grenzbedingungen bestimmt (d. h.  $\chi_2$  bis auf eine additive Konstante festgelegt).

Geschwindigkeitspotential und Stromfunktion ergeben sich aus (32) durch Trennung des reellen und imaginären Teils; man findet<sup>1)</sup>

$$(35) \quad \begin{cases} \varphi_2 = \frac{1}{2\pi} \sum_1^{4n} J_\nu [2\pi + \frac{1}{2} \Phi(x - a_\nu, y - b_\nu)], \\ \psi_2 = -\frac{1}{2\pi} \sum_1^{4n} J_\nu \lg S_\nu, \end{cases}$$

mit der Bedeutung

$$(36) \quad \begin{cases} \Phi(x - a_\nu, y - b_\nu) = \int_0^{y - b_\nu} [\zeta(x - a_\nu + i(y - b_\nu)) + \zeta(x - a_\nu - i(y - b_\nu))] dy, \\ S_\nu = \sigma(x - a_\nu) \sigma(y - b_\nu) \sqrt{\bar{J}(x - a_\nu) + \bar{J}(y - b_\nu)}. \end{cases}$$

Auch in dem jetzt betrachteten Falle wirkt das durch einen einzelnen Summanden von (32) dargestellte Feld von un-

1) G. H. Halphen, I. S. 173. 163. 151.

endlich vielen, in den Schnittpunkten eines rechteckigen Gitters angeordneten Wirbelfäden nicht auf einen dieser Wirbel. Das folgt einerseits aus Symmetriegründen, andererseits auch aus der Beziehung

$$\lim_{(z - r_v) = 0} \frac{d}{dz} [\lg \sigma(z - r_v) - \lg(z - r_v)] = 0.$$

Man kann also zur Berechnung der Bewegung der Wirbelfäden  $A_v$  genau so verfahren, wie oben (vgl. S. 177). Definiert man  $W_2$  in der folgenden Weise:

$$(37) \quad \begin{cases} W_2 = -\frac{1}{2\pi} \sum_{\nu, \mu} J_\nu J_\mu \lg S_{\nu \mu}, & \mu \in \{1, 2, \dots, 4n\} \\ S_{\nu \mu} = \sigma(a_\nu - a_\mu) \sigma(b_\nu - b_\mu) \sqrt{\sigma(a_\nu - a_\mu) + \bar{\sigma}(b_\nu - b_\mu)}, \end{cases}$$

so lauten die Bewegungsgleichungen

$$(38) \quad \begin{cases} J_\nu \frac{da_\nu}{dt} = -\frac{\partial W_2}{\partial b_\nu}, \\ J_\nu \frac{db_\nu}{dt} = -\frac{\partial W_2}{\partial a_\nu}. \end{cases} \quad \nu = 1, 2, \dots, 4n$$

Die Summation in (37) ist über alle Paare zu erstrecken, die sich aus den  $4n$  Wirbeln der Systeme  $S, S', S'', S'''$  bilden lassen, und die  $a_\nu, b_\nu$  für  $\nu > n$  sind wieder als unabhängige Variable zu behandeln.

Aus (37) lassen sich genau wie oben die Relationen

$$(39) \quad \begin{cases} \frac{\partial W_2}{\partial a_\nu} = -\frac{\partial W_2}{\partial a_{n+\nu}} = \frac{\partial W_2}{\partial a_{2n+\nu}} = -\frac{\partial W_2}{\partial a_{3n+\nu}}, \\ \frac{\partial W_2}{\partial b_\nu} = \frac{\partial W_2}{\partial b_{n+\nu}} = -\frac{\partial W_2}{\partial b_{2n+\nu}} = -\frac{\partial W_2}{\partial b_{3n+\nu}}. \end{cases}$$

herleiten, aus denen mit Hilfe der Bewegungsgleichungen gefolgt werden kann:

$$(40) \quad \begin{cases} \frac{da_\nu}{dt} = -\frac{da_{n+\nu}}{dt} = \frac{da_{2n+\nu}}{dt} = -\frac{da_{3n+\nu}}{dt}, \\ \frac{db_\nu}{dt} = \frac{db_{n+\nu}}{dt} = -\frac{db_{2n+\nu}}{dt} = -\frac{db_{3n+\nu}}{dt}. \end{cases}$$

Diese Gleichungen besagen integriert, daß die Beziehungen (31) bei der Bewegung der Wirbelfäden erhalten bleiben, und daß demnach das Potential (32) den Strömungsvorgang als Funktion der Zeit richtig darstellt, wenn die  $a_\nu, b_\nu$  gemäß (38) berechnet werden.

Schwerpunkts- und Flächensatz gelten jetzt beide nicht mehr für das System  $S$  alleine betrachtet, und außer den Integralen von (40) bleibt jetzt nur noch das Integral

$$(41) \quad W_2 = \text{const}$$

bestehen.

Als Beispiel betrachten wir nur den einfachsten Fall, daß sich das System  $S$  auf einen Wirbelfaden von der Stärke  $J$  mit den Koordinaten  $a, b$  reduziert. Für diesen Fall sind Strömungsvorgang und Bewegungsgleichung schon von Greenhill<sup>1)</sup> angegeben worden, wenn auch in einer Form, die von der hier gegebenen abweicht. Aus den allgemeinen Gleichungen, die sich jetzt auf Summen mit vier Gliedern reduzieren [bez. bei (37) auf sechs Glieder], ergeben sich die Bewegungsgleichungen

$$(42) \quad \begin{cases} \frac{da}{dt} = -\frac{J}{4\pi} \frac{\bar{\rho}'(2b)}{\bar{\rho}(2a) + \bar{\rho}(2b)}, \\ \frac{db}{dt} = \frac{J}{4\pi} \frac{\bar{\rho}'(2a)}{\bar{\rho}(2a) + \bar{\rho}(2b)}. \end{cases}$$

Multipliziert man die erste der Gleichungen mit  $\bar{\rho}'(2a)$ , die zweite mit  $\bar{\rho}'(2b)$  und addiert, so gewinnt man ein erstes Integral:

$$(43) \quad \bar{\rho}(2a) + \bar{\rho}(2b) = \text{const.}$$

Vermöge der bekannten Beziehung zwischen  $\bar{\rho}(z)$  und  $\bar{\rho}'(z)$  kann man mit Hilfe von (43) das System (42) auf Quadraturen zurückführen; wir wollen uns aber damit begnügen, einen Grenzfall zu behandeln. Für  $2a = d/2$  und  $2b = d'/2$ , d. h., wenn der Wirbel sich in der Mitte des prismatischen Raums befindet, ergibt sich  $\frac{da}{dt} = \frac{db}{dt} = 0$ , der Wirbel ruht also dann. Wir wollen den Sonderfall betrachten, daß

$$2a = d/2 + \varepsilon,$$

$$2b = d'/2 + \varepsilon'$$

gesetzt werden kann, wo  $\varepsilon$  und  $\varepsilon'$  kleine Größen (gegen  $d$  und  $d'$ ) sind. Unter dieser Annahme wird bis auf Glieder zweiter Ordnung

---

1) A. G. Greenhill, Quart. Journ. Math. 15. S. 10. 1887.

$$\rho(2a) + \bar{\rho}(2b) = e_1 - e_3,$$

und aus (42) wird

$$\begin{aligned}\frac{d \varepsilon}{dt} &= -\frac{J}{\pi} (e_2 - e_3) \varepsilon', \\ \frac{d \varepsilon'}{dt} &= \frac{J}{\pi} (e_1 - e_2) \varepsilon.\end{aligned}$$

Das vollständige Integral lautet

$$\begin{aligned}\varepsilon &= A \cos(\lambda t + \gamma), \\ \varepsilon' &= B \sin(\lambda t + \gamma),\end{aligned}$$

mit den Werten

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{J}{\pi} \sqrt{(e_2 - e_3)(e_1 - e_2)}, \\ -A/B &= \sqrt{\frac{e_2 - e_3}{e_1 - e_2}}.\end{aligned}$$

Der Wirbelfaden beschreibt also eine Ellipse, deren Achsenverhältnis von den Dimensionen des prismatischen Raumes abhängt [denn es ist ja  $e_1 = \rho(\omega)$ ;  $e_2 = \rho(\omega + \omega')$ ;  $e_3 = \rho(\omega')$ ].

Wir wenden uns nun wieder der Betrachtung eines allgemeinen Falles zu, der in gewissem Sinne als Verallgemeinerung des zuerst behandelten Problems aufgefaßt werden kann. Spiegelt man nämlich das auf Seite 183 gekennzeichnete System  $\mathcal{S}$  nur an der Ebene  $x = d/2$  und erstreckt dementsprechend die Summe in (32) nur über die ersten  $2n$  Summanden, so sind auch die Grenzbedingungen nur an den Ebenen  $x = 0$  und  $x = d/2$  erfüllt, und man gelangt zu einer Strömung zwischen parallelen Wänden, bei der sich das Strömungsbild jeweils im Abstande  $d'$  wiederholt. In diesem Falle muß aber noch eine Änderung an den Formeln angebracht werden. Es wurde schon auf Seite 176 darauf hingewiesen, daß durch die Grenzbedingungen für zwei parallele Wände die Lösung noch nicht eindeutig bestimmt ist, sondern daß noch eine Bedingung für das Verhalten im Unendlichen hinzutreten muß. Fordert man statt dessen hier, daß die Strömung sich in dem betrachteten Raum rein periodisch wiederholen soll, so werden dadurch einfach periodische Zusatzglieder im komplexen Potential ausgeschlossen. Dieses ist aber dadurch erst bis auf ein lineares Zusatzglied bestimmt; denn offenbar kann man stets eine beliebige konstante Geschwindigkeit in Richtung der

$y$ -Achse hinzufügen, ohne die Grenzbedingungen zu verletzen oder die Periodizität zu stören. Um nun auch noch dieses lineare Zusatzglied festzulegen, fordern wir, daß sich für  $y = \infty$  die Geschwindigkeit 0 ergibt, wenn man den Abstand  $d'$  (d. h. die imaginäre Periode) unendlich groß werden läßt.

Diesen Bedingungen kann man nicht genügen, wenn man von (4) als partikulärem Potential ausgeht, sondern man muß statt dessen die Funktion

$$(44) \quad \chi(z) = c \left( \lg \sigma(z - r) - \frac{\eta}{2\omega}(z - r)^2 \right)$$

zugrunde legen, wobei wie üblich  $\eta = \zeta(\omega)$  gesetzt ist. Mathematisch bedeutet das, von einem unwesentlichen Faktor abgesehen, den Ersatz der Weierstrassschen Funktion  $\sigma(z)$  durch die Jacobi-Hermitesche Funktion  $H(z)$ , welche dieselben Nullstellen besitzt wie  $\sigma(z)$ , aber eine Periode  $(4\omega)$  hat.

Nun unterscheidet sich (44) durch ein quadratisches Glied von (4), und das widerspricht scheinbar dem oben Gesagten. Es ist aber zu berücksichtigen, daß weder (4) noch (44) zu Strömungen führen, die den Bedingungen des Problems genügen, sondern erst die nach dem Spiegelungsprinzip gebildeten Differenzen

$$c (\lg \sigma(z - r_v) - \lg \sigma(z - r_{n+v})) ;$$

beziehungsweise

$$c \left[ \left( \lg \sigma(z - r_v) - \frac{\eta}{2\omega}(z - r_v)^2 \right) - \left( \lg \sigma(z - r_{n+v}) - \frac{\eta}{2\omega}(z - r_{n+v})^2 \right) \right] ,$$

und diese zwei Ausdrücke unterscheiden sich nur um ein lineares Glied.

Bilden wir nun unter den Festsetzungen (5) das Potential

$$(45) \quad \chi_3 = \frac{1}{2\pi i} \sum_1^{2n} J_v \left[ \lg \sigma(z - r_v) - \frac{\eta}{2\omega}(z - r_v)^2 \right] ,$$

so genügt es allen oben aufgestellten Bedingungen. Die Strömungsgeschwindigkeiten berechnen sich nämlich aus

$$(46) \quad \frac{d\chi_3}{dz} = u - iv = \frac{1}{2\pi i} \sum_1^{2n} J_v [\zeta(z - r_v) - \frac{\eta}{\omega}(z - r_v)]$$

in genau derselben Weise, wie (34) aus (33), nur daß noch

lineare Zusatzglieder auftreten, und man überzeugt sich leicht, daß die Grenzbedingungen

$$u = 0 \quad \text{für } x = 0 \quad \text{und } x = d/2$$

erfüllt sind. Ferner ist (46) doppeltperiodisch (wegen  $J_{n+\nu} = -J_\nu$ ), und für  $d' = \frac{2\omega'}{\dot{\vartheta}} = \infty$  wird (46) identisch mit (7), so daß auch der zuletzt ausgesprochenen Forderung auf S. 188 genügt ist.

Die Bewegung der Wirbelfäden berechnet sich aus

$$(47) \quad \left\{ \begin{array}{l} W_3 = -\frac{1}{2\pi} \sum_{\nu, \mu} J_\nu J_\mu \left[ \lg S_{\nu, \mu} - \frac{\eta}{2\omega} ((a_\nu - a_\mu)^2 - (b_\nu - b_\mu)^2) \right], \\ \nu \\ \mu \end{array} \right\} 1, 2, \dots, 2n$$

wo  $S_{\nu, \mu}$  die gleiche Bedeutung hat, wie in (37), und die Summation über alle Paare von  $S$  und  $S'$  zu erstrecken ist; auch die Bemerkung nach den Formeln (13) ist wieder zu beachten. Die Bewegungsgleichungen werden übereinstimmend mit (18), wenn man darin  $W_1$  durch  $W_3$  ersetzt.

Als erstes Beispiel betrachten wir den einfachen Fall, daß  $S$  nur aus einem Wirbel besteht, und setzen demgemäß

$$J_1 = J; \quad J_2 = -J; \quad a_1 = a; \quad a_2 = d - a; \quad b_1 = b_2 = 0; \quad 0 < a < d/2.$$

Aus den Bewegungsgleichungen findet man

$$(48) \quad \frac{da}{dt} = 0; \quad \frac{db}{dt} = -\frac{J}{2\pi} [\zeta(2a) - \frac{\eta}{\omega} 2\dot{a}].$$

Die Strömung wird in diesem Falle aus einer unbegrenzten Reihe von gleichen Wirbeln gebildet, die sich im Abstande  $d'$  voneinander zwischen zwei ebenen Wänden durchbewegen. Für  $a = d/4 = \omega/2$  wird  $\frac{db}{dt} = 0$ , und das System steht also dann fest. Läßt man  $d'$  unendlich werden, so gelangt man zu dem ersten Beispiel auf S. 180 zurück, und (48) geht in (27) über.

Denkt man sich die Wand bei  $x = d/2$  beseitigt und durch eine andere Wand bei  $x = d$  ersetzt, so wird aus der einfachen Wirbelreihe eine Doppelreihe, bei der die Wirbel der einen Reihe entgegengesetzten Rotationssinn haben, wie die der anderen. Läßt man nun hier die reelle Periode  $d = 2\omega$  unendlich werden, so ergibt sich aus (48)

$$\frac{db}{dt} = -\frac{J}{2d'} \operatorname{Ctg} \frac{\pi}{d'} 2a,$$

und man erhält den ersten der beiden von v. Kármán untersuchten Fälle, der allerdings unstabil ist.

Als zweites Beispiel lassen wir  $S$  aus zwei gleichen, entgegengesetzt rotierenden Wirbelfäden bestehen, in einer Anordnung, die aus Fig. 3 hervorgeht. Wir setzen

$$\begin{aligned} J_1 &= J; & a_1 &= a; & b_1 &= 0 \\ J_2 &= -J; & a_2 &= d/2 - a; & b_2 &= d'/2 \\ J_3 &= -J; & a_3 &= d - a; & b_3 &= 0 \\ J_4 &= J; & a_4 &= d/2 + a; & b_4 &= d'/2. \end{aligned} \quad 0 < a < d/4.$$

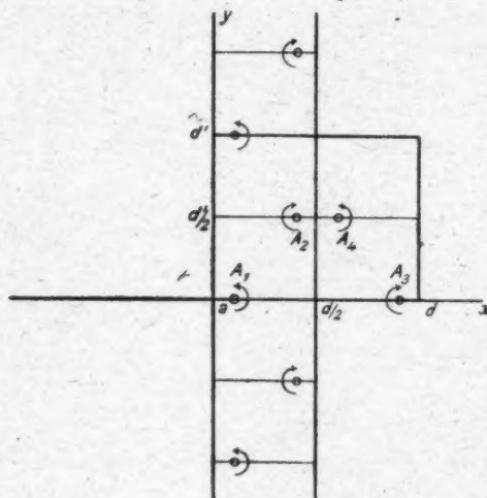


Fig. 3.

Die allgemeinen Formeln liefern dann nach einiger Umrechnung

$$(49) \quad \begin{cases} \frac{da}{dt} = 0, \\ \frac{db}{dt} = \frac{J}{2\pi} \left[ 2 \zeta(2\delta) + \frac{1}{2} \frac{\mathcal{J}'(2\delta)}{\mathcal{J}(2\delta) - e_3} + \frac{1}{2} \frac{\mathcal{J}'(2\delta)}{\mathcal{J}(2\delta) - e_1} - \frac{\eta}{\omega} 4\delta \right], \end{cases}$$

wobei

$$d/4 - a = \delta$$

gesetzt ist. Läßt man nun hier die reelle Periode  $d$  unendlich werden, jedoch so, daß  $\delta$  endlich bleibt, so gelangt man

zu dem zweiten v. Kármánschen Fall, der für ein bestimmtes Verhältnis von  $\delta$  zu  $d'$  eine stabile Strömung darstellt. In dem angegebenen Grenzfall wird aus (49)

$$(49') \quad \frac{db}{dt} = \frac{J}{2d'} \operatorname{Tg} \left( \frac{\pi}{d'} 2\delta \right),$$

in Übereinstimmung mit dem v. Kármánschen Resultat.

Die beiden zuletzt gegebenen Beispiele, wie überhaupt die durch (45) dargestellten Strömungen sind interessant als Fälle von nichtlaminarer, fortschreitender Wirbelströmung zwischen ebenen Wänden. Möglicherweise kann man aus den hier gegebenen Entwicklungen einen Ansatz für den Widerstand gewinnen, den eine Flüssigkeit bei nichtlaminarer Strömung zwischen zwei Wänden erfährt. Dafür muß aber zunächst die Stabilität der Gebilde untersucht werden.

## 2. Quellenströmung.

Multipliziert man das komplexe Potential einer zweidimensionalen Wirbelströmung mit der imaginären Einheit  $i$ , so vertauschen Geschwindigkeitspotential  $\varphi$  und Stromfunktion  $\psi$  ihre Rolle, und aus jedem Wirbelfaden  $A_\nu$  von der Stärke  $J_\nu$  wird eine Quelllinie von der Ergiebigkeit  $J_\nu$ . Dabei werden aus den Grenzflächen Äquipotentialflächen; die Potentiale (6), (32) und (45) stellen also nach der Multiplikation mit  $i$  Lösungen der entsprechenden elektrostatischen Probleme dar. Will man dagegen zu Quellenströmungen gelangen, bei denen wie bisher die Grenze eine Strömungsfläche ist, so muß man bei der Spiegelung so verfahren, daß das Bild einer Quelle gleiche Ergiebigkeit hat, wie diese. Hier tritt dann die neue Bedingung hinzu, daß die Gesamtergiebigkeit des betrachteten Systems 0 sein muß, wenn die Strömung bei geschlossener Begrenzung überhaupt möglich sein, und bei nicht geschlossener Begrenzung sich nicht ins Unendliche erstrecken soll.

Wir betrachten also jetzt ein System  $S$ , das aus  $k$  Quelllinien (bez. Senken)  $B_\kappa$  von der Ergiebigkeit  $M_\kappa$  besteht ( $\kappa = 1, 2, \dots, k$ ) mit der einschränkenden Bedingung

$$(50) \quad \sum_1^k M_\kappa = 0.$$

Das Strömungsfeld sei durch die Ebenen  $x = 0$  und  $x = d/2$  begrenzt, und die Quellen mögen sich unbeweglich an den Stellen

$$\varrho_n = \alpha_n + i\beta_n, \quad n = 1, 2, \dots, k$$

befinden.

Nehmen wir nun das gespiegelte System  $S'$  hinzu durch die Festsetzungen

$$(51) \quad M_{k+n} = M_n; \quad \alpha_{k+n} = d - \alpha_n; \quad \beta_{k+n} = \beta_n,$$

so löst das Potential

$$(52) \quad \chi'_1 = \varphi'_1 + i\psi'_1 = \frac{1}{2\pi} \sum_1^{2k} M_n \lg \sin \frac{\pi}{d} (z - \varrho_n)$$

die Bedingungen der Aufgabe. Denn es hat die vorgeschriebenen Quellen, und aus

$$(53) \quad \frac{d\chi'_1}{dz} = u - iv = \frac{1}{2d} \sum_1^{2k} M_n \operatorname{ctg} \frac{\pi}{d} (z - \varrho_n)$$

ergeben sich für die Strömungsgeschwindigkeiten die Gleichungen

$$(54) \quad \left\{ \begin{array}{l} u = \frac{1}{2d} \sum_1^{2k} M_n \frac{\sin \frac{2\pi}{d} (x - \alpha_n)}{\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{d} (y - \beta_n) - \cos \frac{2\pi}{d} (x - \alpha_n)}, \\ v = \frac{1}{2d} \sum_1^{2k} M_n \frac{\sin \frac{2\pi}{d} (y - \beta_n)}{\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{d} (y - \beta_n) - \cos \frac{2\pi}{d} (x - \alpha_n)}, \end{array} \right.$$

aus denen sich für  $x = 0$  und  $x = d/2$  die Grenzbedingung  $u = 0$  als erfüllt ergibt. Außerdem ist für  $y = \infty$

$$u = 0 \quad \text{und} \quad v = \frac{1}{2d} \sum_1^{2k} M_n = 0.$$

Geschwindigkeitspotential  $\varphi'$  und Stromfunktion  $\psi'$  findet man aus (52) analog wie oben (S. 176):

$$(55) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi'_1 = \frac{1}{2\pi} \sum_1^{2k} M_n \lg s'_n, \\ \psi'_1 = \frac{1}{2\pi} \sum_1^{2k} M_n \tau'_n, \end{array} \right.$$

mit der Bedeutung

$$(56) \quad \begin{cases} s'_n = \sqrt{\sin^2 \frac{\pi}{d} (x - \alpha_n) + \sin^2 \frac{\pi}{d} (y - \beta_n)}, \\ \operatorname{tg} \tau'_n = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{d} (y - \beta_n)}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{d} (x - \alpha_n)} \end{cases}$$

Gehen wir nun zu dem Fall des prismatischen Raumes über, wie er auf S. 182 charakterisiert ist, so muß man zu dem System  $S$  drei weitere gespiegelte Systeme  $S'$ ,  $S''$  und  $S'''$  hinzunehmen. Wir treffen also folgende Festsetzungen (vgl. Fig. 2):

$$(57) \quad \begin{cases} \text{für } S': M_{k+n} = M_n; \quad \alpha_{k+n} = d - \alpha_n; \quad \beta_{k+n} = \beta_n; \\ \text{für } S'': M_{2k+n} = M_n; \quad \alpha_{2k+n} = \alpha_n; \quad \beta_{2k+n} = d' - \beta_n; \\ \text{für } S''': M_{3k+n} = M_n; \quad \alpha_{3k+n} = d - \alpha_n; \quad \beta_{3k+n} = d' - \beta_n; \end{cases}$$

und bilden das Potential

$$(58) \quad \chi'_2 = \varphi'_2 + i \psi'_2 = \frac{1}{2\pi} \sum_1^{4k} M_n \lg \sigma(z - \varrho_n).$$

Unter der Voraussetzung (50) löst dieses Potential die Aufgabe. Geschwindigkeitspotential und Stromfunktion sind in diesem Falle

$$(59) \quad \begin{cases} \varphi'_2 = \frac{1}{2\pi} \sum_1^{4k} M_n \lg \sigma(x - \alpha_n) \sigma(y - \beta_n) \sqrt{\rho(x - \alpha_n) + \bar{\rho}} - \\ \psi'_2 = \frac{1}{2\pi} \sum_1^{4k} M_n [2\pi + \frac{1}{2} \Phi(x - \alpha_n, y - \beta_n)], \end{cases}$$

und aus dem Differentialquotienten von  $\chi'_2$

$$(60) \quad \frac{d\chi'_2}{dz} = u - iv = \frac{1}{2\pi} \sum_1^{4k} M_n \zeta(z - \varrho_n),$$

findet man für die Geschwindigkeiten

$$(61) \quad \begin{cases} u = \frac{1}{2\pi} \sum_1^{4k} M_n \left[ \zeta(x - \alpha_n) + \frac{1}{2} \frac{\partial \zeta(x - \alpha_n)}{\partial z(x - \alpha_n) + \bar{\rho}(y - \beta_n)} \right], \\ v = \frac{1}{2\pi} \sum_1^{4k} M_n \left[ \xi(y - \beta_n) + \frac{1}{2} \frac{\partial \xi(y - \beta_n)}{\partial z(x - \alpha_n) + \bar{\rho}(y - \beta_n)} \right]. \end{cases}$$

Beschränkt man sich auf den Fall einer Quelle und einer gleich starken Senke, d. h., setzt man in den Formeln (57) bis,

(61)  $k = 2$ , so lösen diese Gleichungen das Problem der Elektrizitätsleitung in einer rechteckigen Platte mit beliebig gestellten Elektroden.

Aus der Superposition von (6) mit (52), oder von (32) mit (58) erhält man die allgemeinste zweidimensionale Flüssigkeitsströmung zwischen parallelen Platten, bez. in einem rechteckig-prismatischen Raum, soweit dieselbe von isolierten Wirbelfäden und Quelllinien herrührt. Dabei ist natürlich noch zu berücksichtigen, daß — bei festgehaltenen Quellen — die Wirbel sich nicht nur unter ihrem gegenseitigen Einfluß, sondern auch durch die Wirkung der Quellen bewegen. Dieser Wirkung ist leicht mit Hilfe der Funktionen (55) bez. (59) Rechnung zu tragen, so daß von einer Aufstellung der Gleichungen abgesehen werden kann. Auch der Übergang zu kontinuierlich ausgedehnten Wirbel- und Quellgebieten begegnet keiner prinzipiellen Schwierigkeit.

Leipzig, im August 1919.

(Eingegangen 14. August 1919.)

**5. Versuch einer einheitlichen Erklärung der  
Erscheinungen der atmosphärischen Polarisation;  
von Marie Anna Schirmann.**

---

**§ 1. Einleitung.**

Die Probleme der normalen atmosphärischen Polarisation gehören in jenes Gebiet der meteorologisch-optischen Phänomene, in welchem die Atmosphäre die Rolle eines trüben Mediums spielt, in der als der Trägerin kleiner, bereits mit der Lichtwellenlänge vergleichbarer und noch kleinerer Teilchen die einfallenden Wellen an den Störungszentren gebeugt und somit die primäre Strahlung zum Teil diffus zerstreut wird.

Da man nach dem heutigen Stande der Kosmophysik noch immer nicht mit Sicherheit weiß, welcher Art die trüben Partikel in der Atmosphäre sind und welches das für die Größe der Teilchen geltende Verteilungsgesetz ist, so haftet den Theorien zur Erklärung dieser optischen Erscheinungen noch immer eine gewisse Unsicherheit und Uneinheitlichkeit an.

Dies hat auch nicht zum geringsten Teil darin seinen Grund, daß man Theorie, Beobachtung und Experiment vor allem der Extinktion und Absorption des direkten Lichtes einerseits, der Intensität und Farbe des diffusen Lichtes andererseits zuwandte, während man die zweifellos *empfindlichste* Erscheinung der *Polarisation* bis nun nicht kritisch untersuchte.

Im Folgenden soll nun versucht werden, auf Grund der Ergebnisse meiner Arbeit über „*Polarisiertes Licht am Einzelteilchen*“<sup>1)</sup> bloß für Fremdkörperpartikel in der Atmosphäre aus deren Größe und optischem Verhalten unter Ausschaltung jeglicher Sekundärdiffusion des Lichtes die Gesamtheit der Phänomene der atmosphärischen Polarisation in qualitativer Hinsicht einheitlich zu erklären.

---

1) M. A. Schirmann, Ann. d. Phys. 59. S. 493. 1919.

Die Frage, inwieweit die Gase durch atomistische Natur, spontan eintretende Dichteschwankungen infolge der Molekularbewegung und Richtungsschwankungen<sup>1)</sup> infolge der Anisotropie gewisser Moleküle als Trübungen im „Äther“ einen Anteil an den *einfachsten* dieser Erscheinungen haben, ist für die gestellte Aufgabe nicht entscheidend, da eine quantitative Lösung der optisch-atmosphärischen Probleme wegen der Kompliziertheit der Konsistenz der Atmosphäre ohnedies kaum möglich sein wird.

#### §. 2. Die Polarisation des diffusen Lichtes in trüben Medien und in der Atmosphäre.

Die erste Stütze für die Berechtigung der Annahme, daß die Atmosphäre ein natürliches trübes Medium wäre, war die rohe Übereinstimmung der Farben- und Polarisationserscheinungen in dieser mit denen in künstlichen trüben Medien.

Wäre die damals noch sehr unvollkommene Theorie der Optik der Atmosphäre als trübes Medium bei Deutung der komplizierten Polarisationsverhältnisse nicht von größerem Einfluß gewesen als das Experiment, so hätte man bei jenen Versuchen auch Analoga zu den differenzierteren Polarisationseffekten gefunden und wäre natürlicherweise auf die in vorliegender Studie versuchte einheitliche Erklärungsweise durch eine in Hinsicht auf Größe und optische Konstanten der Partikel allgemeine elektromagnetische Beugungstheorie gekommen. Diese in der meteorologischen Optik vielfach als optische Anomalien gedeutete differenziertere Polarisationserscheinungen sind: Die partielle Polarisation im Maximum der Polarisation, die spektrale Polarisation, die negative Polarisation und die durch den stetigen Übergang von positiver zu negativer Polarisation bedingten sogenannten neutralen Punkte mit natürlichem Licht.

Ich habe nun in einem diesbezüglichen Artikel in der Meteorologischen Zeitschrift<sup>2)</sup> auf die Existenz analoger Erscheinungen bei Experimenten mit verschiedenen Suspensionen in Gasen und Flüssigkeiten ausführlich hingewiesen. Diese schon durch die Verschiedenheit der Partikel unter-

1) M. Born, Verh. d. Deutschen Phys. Ges. 19. S. 243. 1917;  
20. S. 16. 1918.

2) M. A. Schirmann, Met. Zeitschr. wird demnächst erscheinen;

einander nicht mehr ganz berechtigte Parallele reicht jedoch streng genommen nur so weit, als die Atmosphäre durch die in ihr suspendierten Nebeltröpfchen, Staubteilchen, ferner gasförmigen und flüssigen, durch ultraviolette Licht erzeugten Kondensationskerne luftfremder hygroskopischer Substanzen<sup>1)</sup> charakteristisch ist.

Eine gewisse Korrektur dazu bringt die Berücksichtigung der Gestalt der Atmosphäre, der Partikel in ihr und des Beobachtungsstandpunktes auf dem ringsum von der Atmosphäre umschlossenen Erdkörpers.

Nicht uninteressant ist eine diesen letzten Punkt betreffende Erscheinung: Neben den außerordentlichen neutralen Punkten (wahrscheinlich Superpositions punkten zufällig gleicher positiver und negativer Polarisationsgrößen an derselben Stelle, da ihr Zustandekommen an einen außerordentlichen Zustand der Atmosphäre geknüpft ist) existieren oberhalb der Sonne und ihres Gegenpunktes der Babinet'sche und der Aragosche Punkt, unterhalb der Sonne der Brewster'sche Punkt. Wegen der Symmetrie der Beleuchtung ober- und unterhalb der Sonne müßte auch ein dem Aragoschen Punkt entsprechender neutraler Punkt unterhalb des Gegenpunktes der Sonne existieren. Bei den Meteorologen herrscht die Ansicht, daß dieser Punkt — aus der Sekundärdiffusion gedeutet — bloß wegen der Lichtschwäche nicht zur Beobachtung kommt, da hierzu die Sonne ziemlich tief unter dem Horizont stehen müßte. Diese Deutung ist unwahrscheinlich, da sie auf der im gegebenen Fall unendlich verdünnter Suspensionen (in der Atmosphäre) kaum möglichen Sekundärdiffusion (d. i. Zerstreuung des bereits einmal zerstreuten Lichtes an den Partikeln) beruht, und wird durch die Tatsache überflüssig, daß die anvisierte Stelle nicht primär diffus zerstreut, weil sie durch das Hindernis der Erde kein direktes Licht erhält. Auf das Kriterium für das Auftreten sekundärer Diffusion wird noch im folgenden Paragraph hingewiesen werden.

### § 3. Folgerungen aus der Theorie.

Die Rayleighsche Theorie, die ursprünglich für trübende Fremdkörperpartikel gedacht war, gibt in ihrer ersten Fassung

1) A. Wigand, Met. Zeitschr. 30. S. 10. 1913; W. Bieber, Met. Zeitschr. 31. S. 358. 1914.

für Partikel, die unendlich klein gegen die Lichtwellenlänge sind und deren Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  sich von 1 nur um eine differentiale Größe unterscheidet, bloß die durch die bekannte Gleichung

$$P(\gamma) = \frac{\sin^2 \gamma}{1 + \cos^2 \gamma}$$

(Polarisationsgröße als Funktion des Winkels gegen die Einfallstrahlen) schematisierten einfachsten Polarisationsverhältnisse. Über partielle Polarisation im Maximum, über spektrale Polarisation und über das stetige Übergehen von positiver in negative Polarisation wird nichts ausgesagt.

Die Erweiterung der ursprünglichen Theorie Rayleighs für größere Kugelchen von der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon > 1$  läßt schon folgende Schlüsse zu: 1. Daß weißes einfallendes Licht in keiner Richtung vollständig polarisiert wird, da die totalpolarisierten Strahlen für die verschiedenen Farben nebeneinander liegen und sich den partiell polarisierten anderer Farben superponieren. 2. Daß monochromatisches einfallendes Licht bei verschiedenen großen Partikeln auch in keiner Richtung vollständig polarisiert wird, da eine bestimmte Wellenlänge relativ zur Teilchengröße kleiner oder größer ist, ja nachdem die Teilchen größer oder kleiner sind. Daraus folgt eine Aussage über spektrale Polarisation und daraus wieder eine über partielle Polarisation im Maximum; jedoch nur bei weißem einfallendem Licht bei gleich großen und um so eher bei ungleich großen Partikeln und bei monochromatischem Licht bei verschiedenen großen Partikeln. Die Erklärung negativer Polarisation und neutraler Punkte ist die Rayleighsche Theorie schuldig geblieben.

Soret und später Hurion bauen dann auf Grund der Annahme einer zusätzlichen sekundären Diffusion unter gewisser Berücksichtigung der Gestalt der Atmosphäre und der Partikelverteilung in ihr die Rayleighsche Theorie weiter aus, so daß sie die partielle Polarisation im Maximum, die negative Polarisation und die neutralen Punkte und schließlich unter Berücksichtigung spektraler Extinktion für die Sekundärdiffusion<sup>1)</sup> die spektrale Polarisation zwischen Sonne

---

1) H. Dember u. M. Uibe, Ber. d. Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss. 69. S. 149. 1917.

bzw. antisolaren Punkt und den neutralen Spektralbändern erklären könnte. Diese Erklärungsweise ist aber einseitig, da sie bloß aus atmosphärischen Eigenheiten die Erscheinungen der negativen Polarisation und der neutralen Punkte erklärt, während diese Phänomene schon bei Versuchen mit künstlichen trüben Medien auftreten; sie ist unnatürlich, da beträchtliche sekundäre Diffusion zugrunde gelegt ist, die aber nur dort in Erscheinung tritt, wo die Partikeln sehr eng beisammen liegen, wie eine Berechnung von Maxwell-Garnett<sup>1)</sup> auf Grund der Theorie von L. Lorenz<sup>2)</sup> für sehr kleine Partikel erweist; schließlich ist sie unvollständig, da die Erklärungsweise für die spektrale Polarisation für kleine Teilchen — eine Erscheinung, die tatsächlich im ganzen Gebiet zwischen Sonne und Gegenpunkt der Sonne vorhanden ist — sich nur auf die kleinen Gebiete von  $0^\circ$  bzw.  $180^\circ$  zur Einfallstrahlenrichtung bis zum neutralen Streifen bei Sonne und Gegensonne beschränkt.

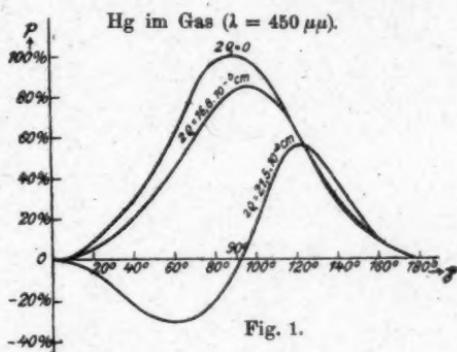


Fig. 1.

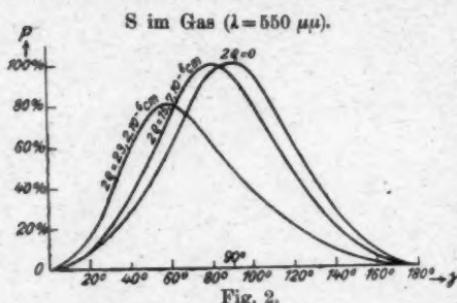
Da sich doch die Existenz größerer, stets in der Atmosphäre vorhandener Partikel<sup>3)</sup> und der ihnen eigentümlichen optischen Konstanten — wenn auch über die Art der Teilchen zurzeit noch nichts sicheres feststeht — bei allen optischen Phänomenen der Atmosphäre als trübes Medium nicht nur quantitativ, sondern ganz besonders *qualitativ* von Einfluß zeigen muß, so liegt es doch nahe, diese natürlichen Voraussetzungen auch für die *differenzierteren* Polarisationsphänomene verantwortlich zu machen; und zwar um so eher, als diese eine verlässliche experimentelle Stütze haben, während die

- 
- 1) J. C. Maxwell-Garnett, Phil. Trans. **203**. S. 385. 1904;  
**205**. S. 237. 1906.  
 2) L. Lorenz, Wied. Ann. **11**. S. 70. 1880.  
 3) H. Schmidt, Met. Zeitschr. **35**. S. 105. 1918.

sekundäre Diffusion bei den in der Atmosphäre gegebenen Verhältnissen noch einer sicheren Grundlage entbehrt.

In meiner bereits einmal zitierten Arbeit habe ich nun durch eingehendes theoretisches Studium der Polarisation am Einzelteilchen für einige absorbierende und dielektrische Medien

nicht nur die in diesen beiden Fällen bezüglich der Richtung verschiedene Abhängigkeit der Polarisationsgröße vom Partikelradius bei monochromatischem Licht (Fig. 1 und 2) nachgewiesen, sondern auch die in den genannten Fällen bezüglich der Richtung



verschiedene spektrale Polarisation<sup>1)</sup> für Partikel bestimmten Materials und bestimmter Größe.

Ferner ergeben die Untersuchungen stets partielle Polarisation im Maximum, dann unter gewissen Voraussetzungen negative Polarisation und einen oder zwei neutrale Punkte.

#### S 4. Zusammenfassung.

Auf Grund der eben angeführten theoretischen Resultate läßt sich behaupten: Die elektromagnetische Beugungstheorie ist imstande, die Gesamtheit der Probleme der atmosphärischen Polarisation aus der Größe und dem optischen Verhalten der trüben Partikelchen der Atmosphäre einheitlich zu erklären.

Eine qualitative Lösung aller Probleme der meteorologischen Optik, bei denen die Atmosphäre die Rolle eines trüben Mediums spielt, wäre nur dann möglich, wenn das Problem der Diffusion und Absorption für die speziellen Arten der Partikel in der Atmosphäre (Wassertröpfchen, Staubpartikel usw.) numerisch durchgerechnet würde.

Wien, I. phys. Institut d. Universität.

1) M. A. Schirmann, a. a. O., S. 17—19 u. 29, 30.

(Eingegangen 14. August 1919.)

*6. Läßt sich ein Einfluß der Kristallstruktur auf  
 $\alpha$ -Strahlen nachweisen?*

*von Karl Heil.*

(Freiburger Dissertation.)

**Einleitung.**

Schon lange vermutete man, daß der bestimmten Regelmäßigkeit der Kristalle in der Gestalt auch eine solche in der Anordnung ihrer kleinsten Teile entspreche. Bravais stellte schon 1850 eine Theorie auf, nach der die Atome der Kristalle in Raumgittern angeordnet sind. Aber erst die Entdeckung der Röntgenstrahlen und der radioaktiven Strahlen machten eine Nachprüfung dieser Theorie möglich. Laue, Friedrich und Knipping gelang mit der bekannten Arbeit der Nachweis derartiger Raumgitter. Es folgten viele andere Arbeiten, die u. a. den Aufbau solcher Gitter für verschiedene Kristalle zeigten.<sup>1 a, 2)</sup> Hupka und Steinhaus<sup>3)</sup> und W. H. Bragg und W. L. Bragg<sup>4)</sup> erklärten die Resultate ihrer Untersuchungen aus der schichtenweise Anordnung der Moleküle.

Die regelmäßige Anordnung der Kristallmoleküle ist also nicht zu bestreiten. Die erwähnten Resultate wurden mit Hilfe der Röntgenstrahlen gewonnen.

Nun hat N. Bohr<sup>5)</sup> aus der Bremswirkung und der Streuung der Materie auf die korpuskularen  $\alpha$ -Strahlen eine Abhängigkeit ihrer Reichweite und Richtung von den Schwingungen der Elektronen der durchsetzten Materie abgeleitet. Er kommt dabei zu der Auffassung, daß das Atom aus einem positiven

1) P. P. Ewald, Ann. d. Phys. 44. S. 257. 1914.

2) A. Johnson, Phys. Zeitschr. 15. S. 712. 1914.

3) E. Hupka u. W. Steinhaus, Verh. d. phys. Ges. 15. S. 712. 1914.

4) W. H. Bragg und W. L. Bragg, Proc. of the Roy. Soc. 88. S. 428. 1913.

5) N. Bohr, Phil. Mag. 25. S. 10. 1913.

Zentralkern besteht, der von Elektronen umgeben ist. Zu ähnlichen Resultaten waren auch E. Rutherford<sup>1)</sup> und andere gekommen.

Nun lag es nahe, zu untersuchen, ob nicht die in einem Kristall so regelmäßig angeordneten Atome, auf die den Kristall durchdringenden  $\alpha$ -Strahlen je nach der Richtung, in der dies geschieht, einen wechselnden Einfluß ausüben. Man kann zwar bei korpuskularen Strahlen nicht die gleichen Erscheinungen erwarten, wie bei einer Wellenbewegung im Falle der Röntgenstrahlen, doch ließe sich einerseits vermuten, daß die in Kristallen in Vorzugsrichtungen schwingenden Elektronen auf das von dem  $\alpha$ -Teilchen mitgeführte, elektrische Feld verschiedene Wirkung haben, je nach dem Winkel, unter dem dies an den Atomen vorbeigeht. Andererseits kann man an besondere Durchgangskanäle oder -Schichten denken, wie sie früher einmal von Stark<sup>2)</sup> zur Erklärung der Wirkung von Röntgenstrahlen angenommen worden waren.

Auf Veranlassung von Hrn. Prof. M. Reinganum unternahm ich es in den Jahren 1913 und 1914 im physikalischen Institut der Universität Freiburg i. Br., dahingehende Untersuchungen anzustellen, deren Ergebnisse ich in Nachstehendem wiedergebe.

Ein Einfluß der Kristallstruktur auf  $\alpha$ -Strahlen kann sich äußern:

1. in der Reichweite,
2. in der Streuung.

Ich untersuchte zunächst den Einfluß auf die Reichweite.

### 1. Einfluß auf die Reichweite.

Der Einfluß auf die Reichweite wurde nach zwei Methoden untersucht, einer photographischen und einer elektrometrischen.

#### a) Photographische Methode.

Gehen von einem Punkte dicht über einer photographischen Platte  $\alpha$ -Strahlen aus, so treffen sie die Platte innerhalb einer Kreisfläche, deren Durchmesser von dem Abstand des Präparates und von der Reichweite der  $\alpha$ -Strahlen in Luft abhängig ist.

1) E. Rutherford, Phil. Mag. 21. S. 669. 1911.

2) J. Stark, Phys. Zeitschr. 13. S. 973. 1913.

Befindet sich nun zwischen Präparat und Platte eine sehr dünne Kristallplatte, so wird der Fleck zunächst bedeutend kleiner, da die schräger einfallenden Strahlen infolge der Bremswirkung des Kristallplättchens nicht mehr durchdringen. Ist diese Bremswirkung in den einzelnen Richtungen verschieden, so ist es auch der entsprechende Einfallswinkel der äußersten noch durchdringenden Strahlen, d. h. es tritt eine Veränderung der Kreisfigur des Fleckes ein.

Unter Umständen könnte die Wirkung auch nur darin bestehen, daß das Aussehen der Bahnen der  $\alpha$ -Teilchen auf der photographischen Platte an der Peripherie des Kreises in verschiedenen Richtungen verschieden ist. Es sei hier bemerkt, daß nach den Untersuchungen von Kinoshita<sup>1)</sup> die Schwärzung der Platte vom Anfang bis zum Ende der Bahn des  $\alpha$ -Teilchens in der lichtempfindlichen Schicht konstant bleibt und dann plötzlich auf Null herabsinkt. Auch meine Aufnahmen bestätigen das. Es steht dies in bemerkenswertem Gegensatz zur Ionisation.

Zu allen Untersuchungen wurden die  $\alpha$ -Strahlen des RaF (Polonium) verwendet. Um brauchbare Resultate zu erzielen, mußte die Strahlungsquelle möglichst punktförmig sein. Zu diesem Zweck wurde ein starkes Poloniumpräparat mit einer Nadelspitze berührt. Es wurden möglichst feine Nähnadeln benutzt. Die Spitze wurde unter dem Mikroskop geprüft und eventuell nachher von seitlich ansitzenden Körnchen befreit. Sie durfte nur vorne einen schwarzen Punkt haben. Um ein Abspringen des Körnchens zu verhindern, war die Nadelspitze vor dem Polonisieren mit einer Spur Zaponlack versehen worden.

Es ist leicht zu sehen, daß bei größerem Abstand der Nadelspitze von dem Kristallplättchen die Figur des Fleckes immer weniger von der Kreisform abweichen, der gesuchte Effekt sich immer weniger bemerkbar machen wird. Die Abweichung muß um so größer sein, je dichter sich die Nadelspitze über der Platte befindet. Dagegen hat die Entfernung des Kristallplättchens von der photographischen Platte keinen Einfluß darauf. Da aber die Reichweite der  $\alpha$ -Strahlen durch den Durchgang durch den Kristall schon erheblich vermindert

1) S. Kinoshita, Proc. of the Roy. Soc. A 83. S. 432. 1910.

wird, empfahl es sich, das Kristallplättchen direkt auf die photographische Platte zu legen.

Gemäß den Ergebnissen von M. Reinganum<sup>1)</sup>, sowie den sich anschließenden Untersuchungen von Michl<sup>2)</sup> und Fr. Mayer<sup>3)</sup> wurden photomechanische Platten (von R. Jahr in Dresden) verwandt. Für eine schleierfreie Entwicklung ergab Hydrochinonentwickler in der Verdünnung 1:5 die besten Resultate.

Untersucht wurden dünne Kristallplättchen aus hellem Glimmer (Muscovit), der in der üblichen Weise gespalten wurde, ferner aus Gips und Quarz, die von Fuess in Berlin-Steglitz in einer Dicke von nur  $10\text{ }\mu$  bezogen worden waren. Leider gelang es der Firma nicht, diesen äußerst dünnen Plättchen eine spiegelglatte Oberfläche zu geben, sondern sie hatten, besonders das Gipsplättchen, eine etwas gekräuselte Oberfläche, wie unter dem Mikroskop deutlich zu erkennen war. Dies beeinträchtigte naturgemäß die Sicherheit meiner Versuche, da gerade bei diesen Kristallen, wenn wenigstens die optische Analogie soweit Gültigkeit hat, ein größerer Effekt zu erwarten ist, als bei Glimmer, dessen in die Spaltfläche fallenden Achsen sich optisch sehr wenig voneinander unterscheiden.

Der Quarz war parallel zur optischen Achse geschliffen. Das Gipsplättchen war ein Spaltplättchen, also war seine Fläche parallel der Ebene zweier Elastizitätsachsen. Die Plättchen durften wegen ihrer starken Bremswirkung nicht dicker sein.

Zur Aufnahme wurde die Nadel mit dem stumpfen Ende in eine größere Korkscheibe gesteckt und mit ihrer Hilfe senkrecht auf die Kristallplatte gestellt. Um eine Beschädigung der zerbrechlichen Kristallplättchen zu verhüten, war die Nadel von einem weiteren Glasrörchen umgeben, das etwas über die Spitze hinausragte und am anderen Ende fest mit der Nadel verkittet war. Die Kristallplatte lag ihrerseits auf der photographischen Platte.

Glimmer wurde in größeren Stückchen ohne weiteres aufgelegt, die Quarz- und Gipsplättchen waren über 4 mm große

1) M. Reinganum, *Phya. Zeitschr.* 12. S. 1078. 1911.

2) W. Michl, *Wien. Ber.* II a. 121. S. 1481. 1912.

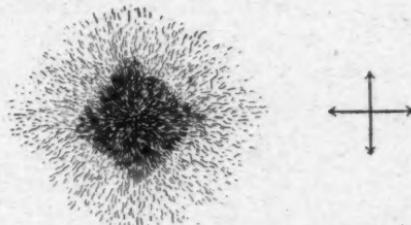
3) Fr. Mayer, Über die Zerstreuung der  $\alpha$ -Strahlen. Freiburger Dissertation, s. auch *Ann. d. Phys.* 41. S. 931, 1913.

Offnungen auf Glasplatten gekittet. Eine solche Größe der Plättchen genügte, da die Ausdehnung des Fleckes nur 1 bis 2 mm betrug. Die Apparatur wurde lichtdicht an einem erschütterungsfreiem Ort 5—14 Stunden stehen gelassen. Die Expositionszeiten waren durch die geringen Poloniummengen an der Nadelspitze bedingt.

Die Untersuchungen der Flecke wurden unter dem Mikroskop ausgeführt, meist mit direkter Beleuchtung, teilweise mit Dunkelfeldbeleuchtung.

Die Versuche mit Glimmerplättchen (Dicke unter 10  $\mu$ ) ergaben keinen bemerkbaren Unterschied. Die Flecke sind symmetrisch und ihre Dichte nimmt gleichmäßig nach außen ab. Während der innerste, der Nadelspitze direkt gegenüberliegende Teil aus unregelmäßig und dicht gelegenen Punkten besteht, haben die mehr peripheren Teile strahlenförmiges Aussehen, entsprechend den radial verlaufenden Bahnen der  $\alpha$ -Teilchen.

Die mit den Gips- und Quarzplättchen erhaltenen Flecken sind im allgemeinen kleiner, entsprechend der größeren Dicke der Plättchen. Sehr starke Abweichungen von der Kreisform sind jedenfalls nicht vorhanden.



Das Kreuz rechts bedeutet die Schwingungsrichtungen im Kristallplättchen.

Fig. 1.

Eine Aufnahme mit Gips, und zwar die am störungsfreisten entwickelte, weicht jedoch in ihrem inneren Teile deutlich von der Kreisform ab. Der innere Teil dieses Fleckes ist nämlich dichter und deutlich rautenförmig. Die Ecken der Raute weisen nach den Schwingungsrichtungen, so daß also die Reichweite in Richtung der beiden Achsen vergrößert erscheint. (Vgl. Fig. 1.)

Die rautenförmige Figur war größer, als daß sie durch Unregelmäßigkeiten der Nadelspitze verursacht sein konnte. Die Diagonalen sind 1,4 und 1,5, die Kanten 1,2 und 1,3 mm lang. Sie setzt sich jedoch nach außen in einen schwächeren Fleck fort, an dem man keine Abweichung von der Kreisform feststellen konnte.

Von Gips war dies die bestgelungene Aufnahme. Insofern möchte ich das Resultat als wahrscheinlich reell hinstellen. Eine Reihe von Aufnahmen mißlangen aus verschiedenen Gründen (Platte verschleiert, Bruch der sehr empfindlichen Kristallplättchen usw.).

Bei Quarz, mit dem allerdings keine sehr gute Aufnahme gelang, war nichts zu bemerken.

Abzählen der Zahl der Punktreihen an verschiedenen Stellen der Peripherie der Flecke und der Anzahl der Punkte in einer Reihe in einem bestimmten Abstand vom Mittelpunkt des Fleckes ergab keine Anhaltspunkte für besondere Bevorzugung bestimmter Richtungen, trotzdem bei diesen mühsamen Auswertungen der Platten sehr starke Vergrößerungen angewandt wurden.

#### b) Elektrometrische Methode.

Ich suchte ferner einen Einfluß der Orientierung von Kristallplatten auf die Reichweite durch eine elektrometrische Methode zu finden, entsprechend derjenigen, die sich früher zur Messung kleiner Reichweiteänderungen bewährt hatte.<sup>1)</sup>

Die Vorversuche hierzu waren von den Herren J. Koenigsberger und M. Reinganum begonnen.

Da man nicht aus einem Kristall zwei sehr dünne Plättchen von verschiedener Orientierung, aber genügend genau gleicher Dicke schneiden kann, wurde folgendes Verfahren eingeschlagen.

Es wurde eine Kristallplatte parallel zur Ebene zweier Elastizitätsachsen verwandt, und diese in schräger Richtung von den  $\alpha$ -Strahlen durchsetzt. Wird nun die Platte in ihrer eigenen Ebene gedreht, so ist klar, daß sich der Winkel, den die Strahlen mit den Elastizitätsachsen im Kristall bilden, verändern muß.

---

1) M. Reinganum, Veränderung der Reichweite von  $\alpha$ -Strahlen durch elektrische Potentiale. Ann. d. Phys. 33. S. 134. 1910.

Die Bahn der  $\alpha$ -Teilchen in der schräg durchsetzten Kristallplatte läßt sich nämlich geometrisch aus zwei Komponenten zusammengesetzt denken, von denen die eine in die Normale der Platte fällt und gleich deren Dicke ist, während die andere in der Ebene der Platte liegt. Dreht man nun die Platte in ihrer eigenen Ebene, so ändern sich die Winkel, die die Elastizitätsachsen im Kristall mit dieser letzten Komponentenrichtung bilden. Einerseits muß es natürlich günstig sein, die Platte möglichst schräg gegen die Richtung der Strahlen zu stellen. Andererseits ist dem jedoch eine Grenze dadurch gesetzt, daß der Weg in der Platte kleiner als die Reichweite der  $\alpha$ -Strahlen in dem betreffenden Material bleiben muß. Praktisch empfahl es sich, einen Winkel von  $45^\circ$  zwischen Plattennormale und Bahnrichtung der  $\alpha$ -Teilchen nicht zu sehr zu überschreiten.

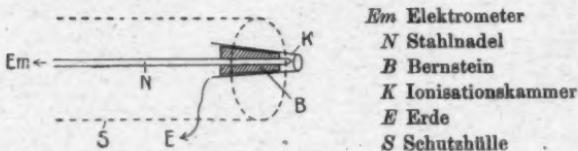
Die vorher erwähnte Methode, kleine Reichweitenänderungen zu messen, bestand darin, daß der an der Grenze der Reichweite im Gebiet des stärksten Abfalls der Ionisation erzeugte Ionisationstrom durch die zeitliche Entladung eines Elektrometers gemessen wurde, sodann nach Änderung der Reichweite (damals durch Anlegen elektrischer Potentiale an das Präparat) der Abstand des Präparates so geändert wurde, daß die Entladegeschwindigkeit wieder dieselbe wurde. Bei meinen jetzigen Untersuchungen wurden die Reichweitenänderungen, die durch Drehen der Platte entstanden, nicht durch Änderung des Präparatabstandes kompensiert, sondern ich beobachtete nur die Änderungen der Entladungsgeschwindigkeiten bei Drehung der Platte in ihrer Ebene.

#### Versuchsanordnung.

Das Elektrometer war das von Wulff angegebene. Die Entladezeiten zwischen bestimmten Teilstrichen wurden nur an einem der beiden Fäden abgelesen.

Die Ionisationskammer war in folgender Weise hergestellt. Durch einen etwas konischen Bernsteinpropfen von einem mittleren Durchmesser von 4 mm und einer Länge von 15 mm war eine 12 cm lange und 2 mm dicke Stahlnadel so durchgesteckt, daß ihr eines Ende 4 mm über das spitzere Ende des Propfens herausragte. Das andere Ende war mit dem

Elektrometer verbunden. Die Nadel lag horizontal und war, soweit sie aus dem Elektrometer herausragte, statisch geschützt. Auf den Bernstein war ein kleiner Metallkonus aus Silberfolie übergestülpt, der um Bruchteile eines Millimeters über das etwas dünner gefeilte Ende der Nadel herausragte und dort einen freien Durchmesser von 1,8 mm hatte.



Em Elektrometer  
 N Stahlnadel  
 B Bernstein  
 K Ionisationskammer  
 E Erde  
 S Schutzhülle

Der äußere Metallkonus war geerdet, das Elektrometer samt der im Konus befindlichen Stahlnadel geladen. Die  $\alpha$ -Strahlen traten parallel der Nadel in den kleinen Luftraum ein und riefen hier einen Ionisationsstrom hervor. Die  $\alpha$ -Strahlenquelle war so weit entfernt, daß sich die Ionisationskammer ganz am Ende der Reichweite befand. Bei einem Teil der Versuche war die Ionisationskammer vorne noch durch eine sehr dünne, auf das Konusende geklebte Goldfolie verschlossen, doch erwies sich dieser Schutz als unnötig und wurde später wieder fortgelassen.

Die zwischen Ionisationskammer und  $\alpha$ -Strahlenquelle befindliche Kristallplatte war im Zentrum eines bei mineralogischen Untersuchungen gebräuchlichen Teilkreisstativen befestigt und konnte damit, wie erforderlich, in ihrer eigenen Ebene um ablesbare Winkel gedreht werden. Ebenso konnte ihre Neigung gegen die Horizontale an einem zweiten Teilkreis verändert und abgelesen werden.

Die Strahlungsquelle bestand aus einem an der Stirnseite mit Polonium versehenen Kupferdraht von 1 mm Dicke. Dieser Draht war an der Säule eines Funkenmikrometers befestigt und konnte so um kleine genau meßbare Strecken horizontal verschoben werden.

Für feste Aufstellung aller Teile war Sorge getragen. Alle Vorrichtungen waren innerhalb eines vorne offenen Drahtkäfigs aufgestellt.

## Gang der Versuche.

Besondere Sorgfalt mußte darauf gelegt werden, daß bei einer Drehung des Teilkreises die Kristallplatte nur in ihrer eigenen Ebene sich drehte. Mit anderen Worten, es muß die Platte der Ebene des Drehkreises genau parallel sein, sonst bleibt die von den  $\alpha$ -Teilchen in der Platte durchsetzte Strecke nicht konstant, sondern geht bei einer Drehung um  $360^\circ$  durch ein Maximum und ein Minimum. Eine solche Störung konnte den gesuchten Effekt überdecken.

Die Justierung geschah mit Hilfe eines parallelen, scharfen Lichtbündels, das von der Platte nach der Decke reflektiert wurde. Die das Kristallplättchen tragende Glasplatte wurde mit Klebwachs so aufgekittet, daß der Lichtfleck bei einer Drehung des Kreises so unbeweglich blieb, als es der schon erwähnte Mangel absoluter Planheit der dünnen Plättchen erlaubte. Das Elektrometer wurde auf 65 Volt geladen und die Abfallszeiten zwischen den bestimmten Teilstrichen, die meistens einem Abfall von ca. 60 Volt auf 40 Volt entsprachen, gemessen. Befand sich das Präparat nahe bei der Ionisationskammer, so fand die Entladung in wenigen Sekunden statt. Zu den Messungen wurde eine Entfernung gewählt, die eine Abfallzeit zwischen 20—60 Sekunden erzeugte, also an der Grenze der Reichweite lag. Die Platte wurde meist von  $30^\circ$  zu  $30^\circ$  gedreht. Daß keine Störungen beim Drehen vorkamen, wurde dadurch kontrolliert, daß die Ausgangsstellung nachher wieder dieselbe Zeit ergab.

## Resultate.

Messungen wurden ausgeführt mit drei Glimmerplättchen von verschiedener Dicke und dem vorher benutzten Gipsplättchen von der Dicke  $10 \mu$ .

Ich gebe in folgenden 2 Beobachtungsreihen als Beispiele. Die erste Horizontalreihe enthält die Stellungen der Platte, darunter stehen die in diesen Stellungen gemessenen Abfallszeiten. Die in einer Vertikalen stehenden Zeiten sind direkt hintereinander gemessen. Die letzte Reihe enthält die Mittelwerte der Messungen.  $\alpha$  ist der Winkel der Platte gegen die Bahn der  $\alpha$ -Strahlen.

Tabelle 1.  
Glimmerplatte,  $\alpha = 45^\circ$ .

	0	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°
$t_1$	88,1	84,4	82,5	87,1	84,0	84,0	86,5	85,0	87,0	81,0	84,0	87,0	82,5
$t_2$	82,5	85,0	85,0	88,0	88,0	85,0	84,2	88,0	86,0	88,0	85,0	88,0	82,0
$t_3$	81,9	85,0	83,6	86,0	89,0	86,5	88,8	86,0	85,0	—	—	88,0	—
Mittel	82,5	84,8	83,7	85,1	87,0	85,2	84,8	84,7	86,0	82,0	84,5	84,2	82,2

Tabelle 2.  
Gipsplättchen,  $\alpha = 45^\circ$ .

	0	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°
$t_1$	29,9	30,2	31,8	31,2	30,1	29,8	29,9	31,6	30,8	28,3	29,4	29,9	29,9
$t_2$	30,2	29,8	31,8	31,5	29,6	29,0	30,0	31,4	30,0	29,0	29,7	29,6	30,1
Mittel	30,0	30,0	31,8	31,3	29,8	29,2	30,0	31,5	30,4	28,7	29,5	29,7	30,0

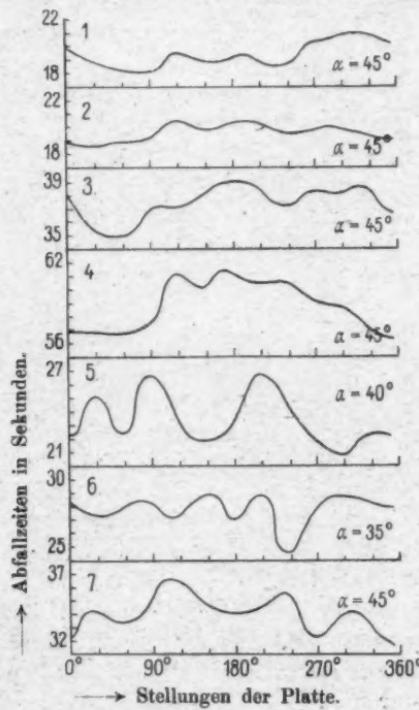


Fig. 3.

Die übrigen Versuchsresultate gebe ich in Kurven an. Ich lasse diejenigen weg, die bei einer Drehung um  $360^\circ$  eine besonders stark ausgeprägte, einfache Periode zeigen. Ein solches Verhalten ist, wie schon vorher erwähnt, durch ungenügende Parallelität der Kristallplatte mit dem Teilkreis oder durch sonstige Unsymmetrien bedingt.

Es beziehen sich die Kurven 1—7 auf Glimmer, 8—12 auf Gips.

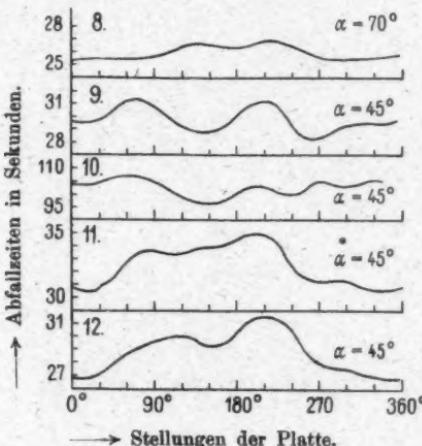


Fig. 4.

Bei allen Kurven zeigen sich außer einer manchmal hervortretenden einfachen Sinuskurve mehr oder weniger deutlich noch mehrere Maxima oder Minima. Daß diese Schwankungen außerhalb der Beobachtungsfehler liegen, zeigt der Umstand, daß die Kurven fast durchweg genau in dem Punkte enden, mit dem sie beginnen.

Die Abstände der Maxima und Minima betragen häufig bei Glimmer  $90^\circ$ , bei Gips  $60^\circ$  oder ein Vielfaches davon.

Die verschiedene absolute Lage der einzelnen Maxima und Minima in den einzelnen Kurven erklärt sich daraus, daß die Platte meistens neu justiert wurde, und dabei ihre Stellung zum Teilkreis verändert wurde.

Im Anschluß daran wurde an den gleichen Spaltplättchen die Änderung der Bremswirkung mit abnehmender Neigung der Plättchen gegen die Bahn der  $\alpha$ -Strahlen untersucht. Auch hierbei können Einflüsse der Kristallstruktur zutage treten, da sich die Richtung, in der die Strahlen den Kristall durchsetzen, ändert. Es wurde die Luftstrecke gemessen, deren Bremswirkung der Änderung der Bremswirkung des Kristallplättchens äquivalent war. Dabei wurde so verfahren, daß bei verändertem Neigungswinkel  $\alpha$  der Abstand des Präparates von der Ionisierungskammer so lange verändert wurde, bis wieder der gleiche Ionisationsstrom erhalten wurde.

Ich ging bei der nachstehend angeführten Versuchsreihe von einer Entfernung Präparat-Ionisationskammer von 7,3 mm aus, der bei einer Neigung des Glimmerplättchens von  $40^\circ$  ein Spannungsabfall von 60 auf 40 Volt innerhalb 25 Sek. entsprach. Bei einer Entfernungsänderung ist nun zu berücksichtigen, daß nur ein Teil der ursprünglichen Strahlen auf die Ionisationskammer auftreffen, der im umgekehrten Verhältnis der Quadrate der Entfernung abnimmt. Ich muß demnach, um vergleichbare Werte zu erhalten, bei größerem Abstand des Präparates in der größeren Zeit

$$t_2 = t_1 \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

den gleichen Spannungsabfall erhalten. Ist nun nochmals eine Verschiebung  $\lambda$  nötig, so muß ich

$$(1) \quad t_2' = t_2 \cdot \frac{(r_2 + \lambda)^2}{r_2^2}$$

nehmen.

Weitere Korrekturen können vernachlässigt werden.

Im allgemeinen ist die Bremswirkung von der Länge der Strecke abhängig, die das  $\alpha$ -Teilchen im Kristall zu durchlaufen hat. In Fig. 5 bedeutet

$MNOPO$  einen Querschnitt durch das Plättchen, der Pfeil gibt die Richtung der  $\alpha$ -Strahlen an.

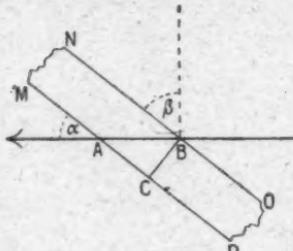


Fig. 5.

Nenne ich die Dicke des Plättchens  $BC = d$  und die von den Strahlen durchsetzte Strecke  $AB = D$ , so ist

$$D = \frac{d}{\cos \beta} = \frac{d}{\sin \alpha},$$

folglich

$$\begin{aligned} D - d &= D(1 - \sin \alpha) \\ &= \frac{d(1 - \sin \alpha)}{\sin \alpha}. \end{aligned}$$

$D - d$  ist der für die Änderung der Bremswirkung in Betracht kommende Teil der Strecke  $D$ . Mit ihm ändert sich gleichzeitig die Strecke  $r_{90} - r_a$ , wobei  $r_{90}$  den Abstand der Strahlenquelle bei senkrecht stehender,  $r_a$  den Abstand bei um  $\alpha$  Grad gegen die Strahlenbahn geneigter Kristallplatte bezeichnet. Beide Strecken müssen, zeigen sich nicht infolge der Kristallstruktur Sonderheiten, in konstantem Verhältnis zueinander stehen.

$$\frac{D - d}{r_{90} - r_a} = c$$

oder  $D - d$  von oben eingesetzt:

$$\begin{aligned} \frac{d(1 - \sin \alpha)}{\sin \alpha(r_{90} - r_a)} &= c, \\ \frac{1 - \sin \alpha}{\sin \alpha(r_{90} - r_a)} &= \frac{c}{d} = c'. \end{aligned}$$

Nachstehende Tabelle gibt eine Versuchsreihe mit dem Glimmerplättchen wieder. Die erste Horizontalreihe enthält die Neigungswinkel  $\alpha$ , die zweite die nach Formel (1) berechneten und dann der betreffenden Messung zugrunde gelegten Zeiten, die dritte den Abstand des Präparates von der Ionisationskammer, bei dem in der Zeit  $t$  ein Spannungsabfall von 60 auf 40 Volt stattfand, in Millimetern (die Werte stellen Mittelwerte aus mehreren Beobachtungen dar) die vierte die einer Neigungsänderung von 10 zu  $10^{\circ}$  entsprechende Änderung der Bremswirkung, die letzte die Werte für  $c'$ .

Das Glimmerplättchen hatte bei senkrechtem Durchgang eine Bremswirkung gleich der einer Luftstrecke von 28 mm, der Abstand des Mittelpunktes des Plättchens von der Ionisationskammer blieb immer 4 mm.

Tabelle III.

$\alpha$	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$t$	25"	85"	65"	78"	86"	88"
$r$	7,3	9,45	12,5	14,05	14,86	15,00
$r_{\alpha_2} - r_{\alpha_1}$	2,15	3,05	1,55	0,81	0,14	
$c'$	0,07	0,06	0,06	0,07	0,11	

Die Konstante  $c'$  bleibt von derselben Größenordnung, die Änderung der Bremswirkung nimmt mit wachsendem Neigungswinkel ungefähr wie die reziproken Werte des Sinus ab, entsprechend der Formel. Eine Ausnahme macht der Wert zwischen  $\alpha = 40^\circ$  und  $50^\circ$ , die aber wahrscheinlich auf die schwierige Beobachtung bei der stark geneigten Platte zurückzuführen ist. Ein Einfluß der Kristallstruktur trat bei dieser Versuchsanordnung nicht hervor.

## 2. Einfluß auf die Streuung.

Durchsetzt ein durch eine runde Blende scharf begrenztes Bündel  $\alpha$ -Strahlen eine streuende Materie, so wird ein senkrecht in ihren Weg gestellter Schirm nicht mehr in der Größe eines Fleckes getroffen, der dem geometrischen Bilde der Blende entspricht, sondern ein Teil der Strahlen geht über den Rand des Fleckes hinaus, da er gestreut, d. h. aus der ursprünglichen Bahn abgelenkt worden ist. Findet dabei in einer Richtung eine besonders starke Streuung statt, so macht sich dies an dem Fleck durch besondere Vergrößerung in dieser Richtung bemerkbar.

Ich ließ demnach ein ausgeblendetes Bündel  $\alpha$ -Strahlen verschiedene Kristallplättchen senkrecht durchdringen und untersuchte die Streubilder, die auf einer Sidotblende oder einer photographischen Platte entstanden. Es geschah dies einerseits durch Zählen der Szintillationen auf der Sidotblende, andererseits durch Ausmessen des Schwärzungsfleckes auf der photographischen Platte. Es wurden hierbei Kristallplättchen benutzt, die in gleicher Weise wie vorher erhalten waren.

### Versuchsanordnung.

Eine 11 cm lange und 6 cm weite Glasglocke  $G$  war am einen Ende durch einen Glasstöpsel zu verschließen. Am an-

deren Ende war sie glatt abgeschliffen, so daß sie hier durch eine Glasplatte  $P1$  luftdicht abgeschlossen werden konnte. Auf diese Platte war ein Messingrohr  $R$  von 4 cm Länge und 3 cm Weite aufgekittet, das am anderen Ende durch eine Messingplatte verschlossen war. In der Mitte der Messingplatte befand sich eine runde Öffnung von 1 cm Durchmesser, über der das Kristallplättchen befestigt wurde. Auf das Messingrohr konnte ein Deckel  $D$  aufgeschoben werden, der ebenfalls in der Mitte durchbohrt war. Auf diese Öffnung wurde die Blende geklebt. Die Innenseite der Glasplatte wurde mit Klebstoff bepinselt, auf den eine dünne Schicht Sidotblende gestreut wurde. Um einen gleichmäßigen, feinkörnigen Überzug zu erhalten, wurde sie durch ein Tuchbeutelchen aufgestäubt. Als Strahlenquelle wurde ein an der Stirnseite mit Polonium überzogener Kupferdraht  $Po$  von 1 mm Durchmesser benutzt, der an dem Glasstöpsel befestigt wurde. Fig. 6 gibt einen Längsschnitt durch den Apparat.

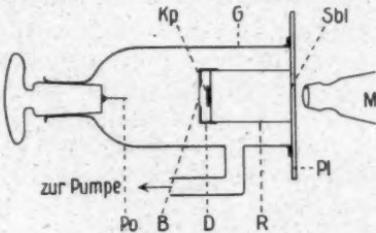


Fig. 6.

Die Entfernung des Präparates von der Blende betrug 3,5 cm, der Blende von dem Kristallplättchen  $Kp$  0,5 cm und des Kristallplättchens von der Sidotblende 4 cm. Auf diese Weise wurde aus dem vom Präparat ausgehenden Strahlenkegel ein kleines Bündel ausgeblendet, das das Kristallplättchen durchsetzte und dann die Sidotblende traf. Um die Bremswirkung und Streuung der Luft zu beseitigen, mußte der Apparat luftleer gemacht werden. Zu diesem Zwecke war seitlich an der Glocke ein Fortsatz angebracht, der zur Gaedepumpe und einem Manometer nach Mc Leod führte. Der Apparat wurde wagerecht aufgestellt. Vor der Glasplatte befand sich ein Mikroskop mit etwa 50 facher Vergrößerung, das mittels Schlitten-

führung um genau ablesbare Strecken senkrecht und wagerecht verschoben werden konnte, wodurch jeder Punkt der Platte ins Gesichtsfeld gebracht werden konnte. Um eine Streuung durch den Rand der Blende zu vermeiden, mußte diese aus Material von niederm Atomgewicht bestehen. Ich verwendete bei allen Versuchen Pergamentpapier, das mit einer runden Nadel durchstochen wurde. Es kam darauf an, daß die Öffnung möglichst gleichmäßig rund war. Ihre Form wurde unter dem Mikroskop nachgeprüft. Der Durchmesser betrug bei den verschiedenen Versuchen 0,7, 0,45 und 0,46 mm.

#### Gang der Versuche.

Alle Versuche mußten bei vollständiger Dunkelheit vorgenommen werden. Das Mikroskop wurde auf die Körnchen der Sidothblende eingestellt und so justiert, daß bei allen Verschiebungen die Einstellung scharf erhalten blieb. Um dem Auge in der Dunkelheit einen Anhaltspunkt zu geben, wurde der Rand des Gesichtsfeldes im Okular durch einen Ring von schwach leuchtender Balmainscher Leuchtfarbe bezeichnet. Die Ablesungen der Noniusstellungen des Schlittens, der Stoppuhr und die Aufzeichnungen geschahen im roten Lichte einer Taschenlampe, das die Empfindlichkeit des Auges für die Szintillationsblitze nicht beeinträchtigte.

Im Apparat wurde ein genügend hohes Vakuum (schon bei  $\frac{1}{100}$  mm Druck ist die Streuung durch die Luftreste unmerklich geworden) hergestellt, dessen Konstanz von Zeit zu Zeit am Manometer kontrolliert wurde. Während der Dauer eines Versuches blieb die Pumpe immer in Tätigkeit.

Nachdem sich das Auge im Dunkeln ausgeruht hatte, wurde mit den Beobachtungen begonnen. Es wurde mit der Stoppuhr die Zeit gemessen, in der eine bestimmte Anzahl Szintillationen im Gesichtsfelde erfolgten. Mit der ersten wurde die Uhr in Tätigkeit, mit der letzten gezählten außer Tätigkeit gesetzt. Solche Beobachtungen wurden so lange wiederholt, bis ein genügend sicherer Mittelwert festgestellt werden konnte.

Dann wurde das Mikroskop um eine bestimmte Strecke (meist 0,5—1 mm) verschoben und dort das Verfahren wiederholt.

Auf diese Weise erhielt ich ein Bild von der Verteilung der Szintillationen auf der ganzen Fläche. Die Mittelwerte

der Beobachtungsreihen für jeden Punkt wurden in einer Tabelle eingetragen, deren erste Horizontalreihe die Stellungen des wagerechten Nonius  $l$  und deren erste Vertikalreihe die Stellungen des senkrechten Nonius  $h$ , beide in Millimetern, enthält. In die zwischenliegenden Felder wurden die Werte für den betreffenden Ort eingetragen.

#### Resultate.

Brauchbare Beobachtungen konnten nur mit Glimmerplättchen erhalten werden, da nur diese genügend dünn gespaltet werden konnten. Ohne streuendes Kristallplättchen erhielt ich ein ziemlich-scharf begrenztes, geometrisches Bild der Blende, das bei einem Blendendurchmesser von 0,7 mm ungefähr 3,6 mm Durchmesser hatte. Befindet sich ein Kristallplättchen hinter der Blende im Wege der  $\alpha$ -Strahlen, so ist der Fleck größer, die Grenze weniger scharf. Zugleich weicht seine Gestalt bei fast allen Versuchen etwas von der Kreisform ab. Tabelle IV und V geben zwei Versuchsreihen mit Glimmerplättchen wieder, aus denen dies deutlich wird. Die Werte geben die Zahl der Sekunden an, in der jedesmal 10 Szintillationen erfolgten.

Tabelle IV.  
Blendendurchmesser 0,45 mm.

$l =$	129,0	128,0	127,5	127,0	126,5	126,0	125,5	125,0	124,5	124,0
$h = 31,0$	—	—	—	—	—	1800	—	—	—	—
30,2	—	—	1800	—	—	—	—	—	—	—
30,0	—	—	—	—	—	—	—	1200	—	—
29,6	—	—	—	—	—	—	363	—	1200	—
29,0	—	1800	—	200	—	—	—	132	—	1800
28,5	—	—	—	—	79	—	—	—	—	—
28,0	1800	700	—	70	—	—	—	141	—	900
27,5	—	—	—	—	53	—	—	—	—	—
27,0	1400	700	—	381	—	158	—	325	—	—
26,5	—	—	630	—	263	—	—	—	—	1800
26,0	—	1200	—	—	—	1800	—	—	—	—

Tabelle V.  
Blendendurchmesser 0,46 mm.

$l =$	130	129	128	127	126	125
$h = 33$	—	—	—	725	—	—
32	—	700	200	196	450	—
31	—	287	62	27	101	> 900
30	> 1000	95	28	20	60	625
29	—	270	62	34	80	> 1000
28	—	800	248	870	550	—

Trägt man die Werte in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein, dessen *X*-Achse dem wagerechten und dessen *Y*-Achse dem vertikalen Nonius entspricht, und verbindet die gleichen Werte miteinander, so erhält man die Kurven gleicher Häufigkeit, die uns ein Bild von der Gestalt des Fleckes und von der Verteilung der Streuung geben. Fig. 7 und 8 zeigen in vergrößertem Maßstab solche Kurven, die aus den Werten der Tabellen IV und V hervorgegangen sind. Das Kreuz rechts

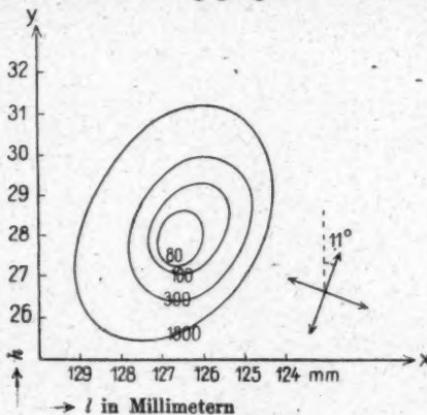


Fig. 7 (Tab. IV).

daneben bedeutet die Lage der Elastizitätsachsen in dem Kristallplättchen, die nach dem betreffenden Versuch festgestellt wurden. Bei Fig. 7 bildete die eine mit der Vertikalen einen Winkel von  $11^\circ$ , bei Fig. 8 einen Winkel von  $40^\circ$ .

In Fig. 7 sind die Kurven für die Punkte mit 80, 100, 300 und 1800 Sek., in Fig. 8 die für die Punkte mit 60, 100 und 200 Sek. eingezeichnet.

Die Blenden erwiesen sich auch bei der Kontrolle nach den Versuchen als gleichmäßig rund. Wie aus den Kurven hervorgeht, ist der Szintillationsfleck nach einer Richtung, die jedesmal einer der beiden Achsen im Kristall parallel ist, stärker verlängert. Es spricht dies für eine vorzugsweise Streuung der  $\alpha$ -Strahlen in Richtung einer Elastizitätsachse.

Schließlich wurden an die Stelle der Sidotblende photo-mechanische Platten, wie sie auch bei den eingangs beschrie-

—benen Versuchen benutzt wurden, gebracht. Nach mehrstündiger Exposition wurden sie wie oben entwickelt, und der Fleck mit dem Mikroskop untersucht und ausgemessen. Ohne Kristallplatte gab es wieder einen kleinen ziemlich scharfbegrenzten Fleck von der Größe des geometrischen Blendenbildes. Einige Aufnahmen mit Glimmerplättchen zeigten Strichelung, die nach einer Richtung besonders ausgesprochen war. Eine Drehung des Kristalls änderte diese Richtung nicht, dagegen eine Drehung des Poloniumpräparates. Vermutlich war also die Lage von

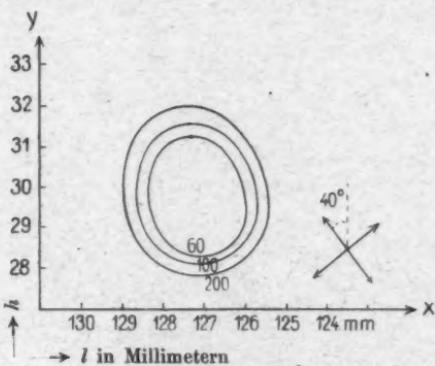


Fig. 8 (Tab. V).

Präparat und Blenden zueinander die Ursache. Der Rand des Fleckes ist sehr unscharf, die Gestalt daher schwer zu bestimmen, wenigstens ist keine besondere Verlängerung in irgend einer Richtung zu erkennen. — Aufnahmen mit Gipsplättchen gaben nur ganz schwache Flecke, die nicht zu verwenden waren, und andere Plättchen aus Quarz, Topas und anderen Kristallen konnten nicht dünn genug hergestellt werden, um eine solche Anzahl  $\alpha$ -Strahlen durchzulassen, daß überhaupt eine Schwärzung der photographischen Platte erreicht wurde.

### 3. Zusammenfassung.

Es wurde der Einfluß der Kristallstruktur von Glimmer und Gips auf die Reichweite und die Streuung von  $\alpha$ -Strahlen untersucht. Die Ergebnisse der photographischen und vor allem der elektrometrischen Methode weisen auf einen Einfluß

auf die Reichweite in dem Sinne hin, daß die  $\alpha$ -Strahlen in Richtung der Elastizitätsachsen den geringsten Widerstand finden.

Die Streuungsversuche ergeben, daß auch für die Streuung mit großer Wahrscheinlichkeit Vorzugsrichtungen existieren.

Daß der Einfluß der Kristallstruktur nur sehr schwach hervortritt, liegt wohl u. a. daran, daß die  $\alpha$ -Teilchen bei ihrer verhältnismäßig großen Masse und Geschwindigkeit zum Teil im Kristall Zerstörungen ausüben.

Aus den Resultaten kann man entnehmen, daß die  $\alpha$ -Teilchen, die parallel mit einer Molekülschicht einen Kristall durchsetzen, den geringsten Widerstand finden, und daß bei der Streuung die Teilchen die größte lebendige Kraft (also auch Reichweite) nach Verlassen des Kristalls haben, deren Bahn nach der Ablenkung aus der ursprünglichen Richtung parallel mit den Schichten der Kristallmoleküle läuft, da dann kein weiterer Energieverlust durch neue Zusammenstöße stattfindet.

Es war meine Absicht, die Versuche noch fortzusetzen. Durch die Einberufung zum Heeresdienst während des Krieges und meine, nach Absolvierung des Staatsexamens, jetzt erfolgte Verwendung an einer höheren Schule ist mir das leider unmöglich gemacht worden.

Es sei mir an dieser Stelle gestattet, in dankbarer Erinnerung meines allzu früh verstorbenen Lehrers, Hrn. Prof. Dr. Max Reinganum, zu gedenken. In liebenswürdigster Weise förderte er die Arbeit jederzeit durch Rat und Tat. Es war ihm nicht vergönnt, ihre Vollendung zu erleben. Bei Ausbruch des Krieges eilte er zu den Waffen und fiel im September 1914 auf dem Schlachtfelde in Lothringen.

Hrn. Geheimrat Himstedt bin ich für Überlassung von Apparaten des Instituts, der Freiburger Wissenschaftlichen Gesellschaft für ihre Bereitstellung von Mitteln zu Dank verpflichtet.

Physikalisches Institut zu Freiburg i. Br. und  
Offenbach a. M., im Juni 1919.

(Eingegangen 25. August 1919.)

